

O “Espaço-Tempo” sob uma Perspectiva Realista

Parte 2

“Spacetime” from a Realist Perspective

Part 2

Adilson M. Gonçalo

Pesquisador Independente

ORCID: 0009-0007-4957-8355

goncalo.address@gmail.com

(9 de Agosto de 2026)

Resumo

Este artigo constitui a segunda parte da série *O “Espaço-Tempo” sob uma Perspectiva Realista*. Dando continuidade à análise desenvolvida na primeira parte, o presente trabalho tem como objetivo principal examinar a compatibilidade entre a mecânica clássica e o eletromagnetismo, com particular atenção à relação entre as transformações galileanas e as equações de Maxwell, questão tradicionalmente apresentada como uma das principais motivações para a introdução das transformações de Lorentz e para a formulação da Teoria da Relatividade Especial. Investiga-se se a alegada incompatibilidade entre essas estruturas teóricas decorre necessariamente dos fenômenos físicos ou se está relacionada à forma como são interpretadas as grandezas eletromagnéticas e cinemáticas envolvidas. Para orientar essa análise, são inicialmente estabelecidos princípios que fundamentam a abordagem adotada. A partir desses princípios, examina-se o conceito de intervalo espaço-temporal na formulação relativística einsteiniana e sua invariância sob transformações de coordenadas. Posteriormente, analisa-se a relação entre as transformações galileanas e as equações de Maxwell, incluindo a invariância dessas equações sob transformações galileanas e as transformações dos campos elétrico e magnético entre referenciais em movimento relativo. Além disso, examina-se a interpretação convencional do fenômeno da indução magnética. Esta segunda parte permanece restrita à análise teórica, matemática e conceitual dessas questões. A discussão dos principais experimentos e observações tradicionalmente apresentados como confirmações da relatividade einsteiniana será desenvolvida nas terceira e quarta partes da série.

Palavras-chave: Transformações galileanas; Intervalo de Minkowski; Equações de Maxwell; Relatividade; Eletromagnetismo.

Abstract

This article constitutes the second part of the series *“Space-Time” from a Realist Perspective*. Continuing the analysis developed in the first part, the present work primarily aims to examine the compatibility between classical mechanics and electromagnetism, with particular attention to the relationship between Galilean transformations and Maxwell’s equations, an issue traditionally presented as one of the main motivations for introducing Lorentz transformations and formulating the Theory of Special Relativity. It is investigated whether the alleged incompatibility between these theoretical frameworks necessarily arises from physical phenomena or is instead related to the way the electromagnetic and kinematic quantities involved are interpreted. To guide this analysis, principles underlying the adopted approach are first established. Based on these principles, the concept of spacetime interval in the Einsteinian relativistic formulation and its invariance under coordinate transformations are examined. Subsequently, the relationship between Galilean transformations and Maxwell’s equations is analyzed, including the invariance of these equations under Galilean transformations and the transformations of the electric and magnetic fields between reference frames in relative motion. In addition, the conventional interpretation of the phenomenon of magnetic induction is examined. This second part remains restricted to the theoretical, mathematical, and conceptual analysis of these issues. The discussion of the main experiments and observations traditionally presented as confirmations of Einsteinian relativity will be developed in the third and fourth parts of the series.

Keywords: Galilean transformations; Minkowski interval; Maxwell’s equations; Relativity; Electromagnetism.

Nota ao leitor

Tal como já foi ressaltado na primeira parte da série, o presente trabalho mantém a ideologia de priorizar uma abordagem matemática simples, adotado de forma deliberada. Essa opção metodológica não compromete a validade lógica nem o conteúdo físico dos argumentos apresentados, e tem como objetivo privilegiar a clareza conceitual, a explicitação dos pressupostos e a compreensão direta das ideias fundamentais em análise. As ferramentas matemáticas empregues são adequadas aos objetivos do trabalho e permitem descrever com rigor os fenômenos considerados. A adoção de um formalismo matemático intermédio contribui para tornar transparentes as hipóteses físicas subjacentes, favorecendo a análise crítica e ampliando o alcance do texto a leitores com formação universitária em Física, Engenharia ou áreas afins. O foco do artigo reside na consistência interna dos argumentos, na coerência causal das interpretações e na articulação clara entre descrição matemática e significado físico, e não na exploração de formalismos matemáticos complexos. Nesse contexto, a escolha por uma matemática controlada e explícita constitui uma vantagem epistemológica, ao facilitar a leitura, a discussão e a avaliação independente das ideias propostas. **Recomenda-se a leitura da Parte 1 antes de ler este artigo, uma vez que alguns dos conceitos e argumentos desenvolvidos no presente trabalho têm como base a análise apresentada na parte anterior.**

1. Introdução

Uma das questões históricas associadas ao desenvolvimento das transformações de Lorentz é a *compatibilidade entre a mecânica clássica, fundamentada na relatividade galileana, e a teoria eletromagnética de Maxwell* [1, 2, 3]. Essa questão tornou-se particularmente relevante porque, segundo a interpretação tradicional, as equações de Maxwell, em sua forma usual, não são invariantes quanto à forma sob as transformações galileanas [2, 3]. Esse problema esteve entre os antecedentes históricos que conduziram ao desenvolvimento das transformações de Lorentz e, posteriormente, à formulação da Teoria da Relatividade Especial [1, 4, 5].

As equações de Maxwell constituem o núcleo matemático da teoria clássica do eletromagnetismo, descrevendo, em sua formulação moderna, as relações entre os campos elétrico e magnético, as cargas e correntes que lhes servem de fonte e sua evolução espaço-temporal [2]. Sua formulação tem origem nos trabalhos de James Clerk Maxwell [6, 7] sobre eletricidade, magnetismo e luz, posteriormente reorganizados e desenvolvidos na forma moderna das quatro equações de Maxwell [8]. A relação entre essas equações e as transformações de coordenadas entre referenciais constitui, portanto, uma questão central para a análise da compatibilidade entre o eletromagnetismo e a cinemática clássica. Na formulação relativística tradicional, as equações de Maxwell são consideradas não invariantes quanto à forma sob transformações galileanas, sendo essa propriedade interpretada como evidência de uma incompatibilidade entre a cinemática galileana e a estrutura matemática da teoria eletromagnética de Maxwell [1, 2]. As transformações de Lorentz são então introduzidas como a estrutura de transformação capaz de preservar a forma das equações eletromagnéticas entre referenciais inerciais, desempenhando papel central na construção da Teoria da Relatividade Especial [1, 2]. Essa interpretação envolve, contudo, pressupostos específicos acerca da relação entre os campos eletromagnéticos, as coordenadas dos referenciais e as velocidades associadas aos fenômenos físicos.

A presente parte da série retoma essa questão a partir dos pressupostos físicos e matemáticos que fundamentam essa interpretação. Em continuidade com a análise desenvolvida na Parte 1 [9], são inicialmente estabelecidos princípios que orientam a abordagem adotada, distinguindo-se o fenômeno físico, os sistemas materiais e os sistemas de referência utilizados para sua descrição. Essa distinção permite examinar separadamente a propagação física dos fenômenos no espaço, o movimento dos sistemas materiais e as transformações matemáticas empregadas para relacionar suas descrições em diferentes referenciais. A partir desses princípios, examina-se o conceito de intervalo espaço-temporal na formulação relativística einsteiniana, bem como sua invariância sob transformações de coordenadas. Busca-se, nessa etapa, examinar os fundamentos físicos e matemáticos dessas construções e distinguir os resultados que decorrem da estrutura matemática adotada daqueles que dependem de pressupostos físicos adicionais.

Estabelecida essa fundamentação, retoma-se a questão central da compatibilidade entre a mecânica clássica e o eletromagnetismo, analisando-se, em particular, a relação entre as transformações galileanas e as equações de Maxwell. Inicialmente, são examinadas as transformações dos campos elétrico e magnético entre referenciais em movimento relativo, segundo a interpretação tradicional, considerando sua estrutura matemática, os pressupostos físicos envolvidos em sua formulação e interpretação, bem como suas consequências para a forma das equações de Maxwell e da equação de onda eletromagnética. Posteriormente, apresenta-se a interpretação proposta neste trabalho, fundamentada na distinção entre a propagação física dos fenômenos, os sistemas materiais e os sistemas de referência. Busca-se, desse modo, identificar quais resultados decorrem diretamente da estrutura matemática das equações e quais dependem de pressupostos físicos adicionais acerca da propagação eletromagnética e da interpretação das velocidades envolvidas. A análise não se limita, contudo, à relação entre as equações de Maxwell e as transformações galileanas. Considera-se também a interpretação convencional dada ao fenômeno da indução magnética. Essas questões são tratadas nos âmbitos teórico, matemático e conceitual, sem recorrer, nesta etapa, à análise dos principais experimentos e observações tradicionalmente apresentados como confirmações da Relatividade Especial e da Relatividade Geral. A discussão desses aspectos empíricos será desenvolvida nas Partes 3 e 4 da série.

2. Princípios gerais para a descrição dos fenômenos físicos baseada em relações físicas invariantes

2.1. Princípio fundamental da descrição

A presente abordagem parte da distinção entre *a relação de um fenômeno físico com o observador* e *as relações físicas entre os agentes que constituem o próprio fenômeno que se pretende descrever*. Um observador pode medir um fenômeno físico, mas sua relação cinemática com os agentes envolvidos no fenômeno não constitui, por si mesma, um elemento do fenômeno observado. Assim, os parâmetros que aparecem na descrição de uma interação devem ser definidos pelas *relações físicas entre os elementos que participam do fenômeno*, e não pela relação de qualquer deles com o sistema de referência do observador. Essa distinção orientará tanto a determinação quanto a interpretação das grandezas cinemáticas, incluindo as coordenadas espaciais, utilizadas na descrição dos fenômenos físicos e das interações.

2.1.1. Distinção entre observador e dispositivo de detecção e medição

A descrição de um fenômeno físico envolve três elementos conceitualmente distintos: o *sistema físico que produz o fenômeno*, o *dispositivo de detecção e medição*, doravante denominado “dispositivo”, *que interage com esse sistema para realizar a medição* e o *observador que interpreta ou registra o resultado da medição*. O observador, enquanto agente externo que interage com o “dispositivo”, acompanha ou interpreta a experiência, não constitui um elemento da interação física que está sendo investigada. Sua posição, sua velocidade ou seu estado de movimento em relação ao sistema estudado não devem, por si mesmos, ser introduzidos como parâmetros da interação. O “dispositivo”, entretanto, possui uma função física completamente diferente. Para que uma grandeza seja medida, o “dispositivo” precisa interagir fisicamente com o sistema em estudo [10, 11]. Assim, ele não é um mero espectador: é um dos elementos físicos envolvidos no processo de medição e interage diretamente com o sistema. Portanto, não se deve confundir o “dispositivo” com o observador. O “dispositivo” participa diretamente do processo de medição; o observador, enquanto agente externo ao sistema físico investigado, participa de uma interação física distinta, por meio da qual recebe e interpreta o resultado produzido pelo “dispositivo”.

Consequência para a definição das grandezas físicas

Essa distinção é particularmente importante para a definição das grandezas utilizadas na descrição de uma interação. Se um sistema físico interage com outro sistema e essa interação é detectada por um instrumento, as grandezas relevantes devem ser determinadas pelas relações entre os elementos físicos que efetivamente participam da interação. Por exemplo, considere o conjunto ímã-bobina-“dispositivo”. O observador situado no laboratório pode estar completamente separado do sistema. Ele apenas monitora o “dispositivo” e observa a sua indicação. O “dispositivo”, porém, está fisicamente acoplado à bobina e responde à interação física. O movimento do observador em relação ao conjunto não constitui a interação responsável pela leitura. Já as relações físicas entre o ímã, a bobina e o “dispositivo” podem ser essenciais para o fenômeno e para a medição. Consequentemente, quando se afirma que uma grandeza é *medida pelo observador*, isso não significa que ela seja *definida em relação ao observador*. O observador pode registrar uma grandeza cuja definição física está relacionada exclusivamente aos elementos que interagem.

O “dispositivo” na descrição teórica e no processo de medição

A afirmação de que a relação de movimento com o observador é irrelevante para a descrição do fenômeno não significa que os elementos envolvidos na medição sejam fisicamente irrelevantes. O “dispositivo” pode ser indispensável à medição de uma determinada grandeza. O que se rejeita é atribuir um papel físico à relação cinemática entre o sistema e o observador enquanto mero espectador. Essa distinção entre observador e “dispositivo” levanta uma questão: *Se o “dispositivo” interage fisicamente com o sistema, por que sua influência não aparece nas equações que descrevem o fenômeno em estudo?* A resposta é que as equações descrevem, em geral, uma idealização do fenômeno ou do sistema físico em estudo, e não o processo completo de medição. A ausência do “dispositivo” nas equações não significa que ele não interaja com o sistema [10], mas apenas que sua influência não faz parte da descrição idealizada. O “dispositivo” pode, portanto, ser considerado um elemento externo à descrição teórica ideal, embora não seja fisicamente

passivo durante a medição. Ele precisa interagir com o sistema para produzir uma leitura, mas suas características específicas podem ser deliberadamente desconsideradas na equação que descreve o fenômeno. Essa situação é comum na física. Em um circuito elétrico, por exemplo, pode-se calcular idealmente a corrente, a tensão e a potência dos seus elementos sem incluir a influência do aparelho de medição. Um voltímetro possui resistência de entrada finita e pode alterar ligeiramente o circuito [10]; contudo, essa influência normalmente é desprezada na descrição ideal. Isso não significa que o instrumento não interfira fisicamente, mas que sua influência é considerada secundária para o problema em questão.

O mesmo princípio aplica-se à presente abordagem. A teoria fornece o valor ideal associado ao fenômeno, enquanto a leitura experimental resulta da interação entre o “dispositivo” e o sistema e pode sofrer pequenas alterações decorrentes das características do instrumento e das condições experimentais [10, 11]. O “dispositivo” constitui, assim, uma interface física entre o fenômeno e o observador, mas não necessariamente um agente constitutivo do sistema descrito pela equação. O observador, por sua vez, recebe ou interpreta a informação produzida pelo “dispositivo”. Desse modo, preservam-se duas distinções fundamentais: o “dispositivo” *participa fisicamente do processo de medição, mas não precisa aparecer como parâmetro na equação ideal do fenômeno*; e o observador *pode estar em movimento relativo ao sistema. No entanto, esse movimento, por si só, não o constitui um agente do sistema que produz o fenômeno em estudo*.

2.2. Medição de uma grandeza e definição da grandeza

É necessário distinguir duas situações conceitualmente diferentes. Uma grandeza pode ser *medida por um observador em determinado referencial* e, ao mesmo tempo, *ser definida fisicamente em relação a outro elemento*. O fato de uma velocidade ser medida no referencial S, por exemplo, não significa que ela seja necessariamente uma velocidade definida em relação à origem de S. Essa distinção é fundamental para a presente abordagem. Se um agente A interage com um agente B, o observador pode utilizar seu sistema de coordenadas e seus relógios para determinar a velocidade relativa entre os dois agentes. Entretanto, a grandeza medida continua sendo uma propriedade da relação entre A e B, e não da relação de qualquer um deles com o observador. O referencial S pode constituir o sistema utilizado para representar ou determinar uma grandeza sem constituir o referente físico dessa grandeza.

2.2.1. Definição relacional das grandezas cinemáticas

A distinção anterior permite formular um princípio geral para a descrição das interações físicas: *quando uma grandeza cinemática participa da caracterização de uma interação, sua definição deve estar vinculada às relações físicas entre os agentes que participam dessa interação, e não simplesmente à relação de um desses agentes com o observador. Em particular, se a grandeza relevante é uma velocidade, ela deve representar a velocidade relativa entre os agentes físicos que participam da interação*.

$$\mathbf{u} = \frac{d\mathbf{r}_{rel}}{dt} \quad (2.1)$$

Assim, para dois agentes A e B, a velocidade de A relevante para uma interação com B deve ser definida pela relação:

$$\mathbf{u} = \frac{d(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B)}{dt} \quad (2.2)$$

Se a interação envolver diretamente um agente e um “dispositivo”, a relação física relevante poderá envolver esse agente e o “dispositivo”. Em ambos os casos, o observador (externo à interação) não é introduzido na definição da grandeza simplesmente por ser aquele que realiza a leitura. A formulação geral do princípio é, portanto:

As grandezas que caracterizam uma interação devem ser definidas pelas relações físicas entre os agentes que participam dessa interação, e não em relação a um observador. O observador, enquanto agente externo que interage com o “dispositivo”, descreve ou interpreta o fenômeno, não constitui, por si só, um dos agentes envolvidos na interação. O “dispositivo”, entretanto, quando participa fisicamente da medição, deve ser considerado um elemento do processo de interação, sem que isso implique incluí-lo na

descrição teórica das relações entre os agentes do sistema. Sua participação no processo experimental, contudo, pode introduzir perturbações no sistema e contribuir para a incerteza do resultado da medição [10].

Esse princípio será aplicado posteriormente às interações eletromagnéticas, mas sua formulação não depende da natureza eletromagnética da interação.

Precisão na definição das velocidades

Em uma formulação física rigorosa, a expressão “velocidade de um corpo” constitui, em geral, uma abreviação que somente possui significado completo quando está estabelecido o sistema ou objeto em relação ao qual a posição do corpo (ou objeto em geral) é definida. Como a velocidade é uma grandeza relativa, a afirmação de que “o corpo A possui velocidade v ” é incompleta quando não se especifica o referente dessa velocidade, exceto quando este é inequivocamente determinado pelo contexto. Para dois agentes A e B, a velocidade de A em relação a B é dada por:

$$v_{A/B} = \frac{d(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B)}{dt}. \quad (2.3)$$

Em contrapartida, a velocidade de A em relação a um observador O é:

$$v_{A/O} = \frac{d(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_O)}{dt}. \quad (2.4)$$

Essas grandezas somente coincidem em condições particulares, como quando B está em repouso em relação ao observador O. Portanto, quando diferentes referenciais são considerados, não é conceitualmente adequado afirmar simplesmente que “a velocidade de A é v ”, pois essa afirmação pode ocultar a relação de referência utilizada ou causar ambiguidades na interpretação e descrição dos fenômenos físicos. Essa distinção é particularmente importante nesse caso. Se a grandeza cinemática relevante para determinado fenômeno é a relação entre os agentes A e B, então a velocidade pertinente é $v_{A/B}$, independentemente do referencial utilizado pelo observador para determinar essa grandeza. O observador pode atribuir diferentes velocidades a A e a B relativamente ao seu próprio referencial, mas isso não implica necessariamente que a velocidade relevante para a interação deva ser identificada com qualquer uma dessas velocidades. Assim, deve-se distinguir cuidadosamente *a referência utilizada para medir ou representar uma grandeza do referente físico em relação ao qual essa grandeza é definida*.

2.2.2. Relações espaciais entre os elementos de um fenômeno

O mesmo princípio relacional pode ser aplicado às grandezas espaciais. Se um fenômeno depende da relação espacial entre dois elementos físicos, a posição relevante deve ser definida a partir da posição relativa entre esses elementos, e não simplesmente a partir da posição de qualquer deles em relação à origem do sistema de coordenadas do observador. Essa distinção pode ser esclarecida por uma situação mais simples: o campo eletrostático. Considere uma carga Q localizada na posição x_Q do referencial inercial S. O campo elétrico produzido por ela em um ponto P depende da relação espacial entre a carga-fonte e o ponto onde o campo está sendo avaliado. Assim,

$$E = k \frac{Q}{(x_P - x_Q)^2}$$

$$\text{e não } E = k \frac{Q}{x_Q^2} \quad \text{ou} \quad E = k \frac{Q}{x_P^2}$$

A grandeza espacial relevante é a posição ou a distância relativa entre o ponto em que o campo está sendo avaliado (ou a posição de uma eventual carga de teste) e a posição da carga-fonte, pois a interação em estudo se estabelece entre esses agentes, e não em relação ao observador. A expressão

$$E = k \frac{Q}{x_p^2}$$

torna-se válida diretamente quando a origem do sistema de coordenadas foi definida na posição da carga-fonte, de modo que a coordenada utilizada represente a posição relativa entre a fonte e o ponto considerado. Portanto, a coordenada relativa à origem do sistema de coordenadas do observador não constitui, por si mesma, uma variável física da interação em questão. O que importa é a relação espacial entre os elementos físicos envolvidos. A mesma lógica será posteriormente aplicada à descrição da propagação eletromagnética: as coordenadas utilizadas para representar o fenômeno deverão ser analisadas em função das relações físicas que efetivamente caracterizam sua propagação.

2.3. Invariância das relações cinemáticas entre os agentes

Sejam os observadores nos referenciais inerciais S e S', sendo S' um referencial que se move na direção do eixo x de S, com velocidade v . Nesse caso, por uma transformação galileana, suas coordenadas são relacionadas pelas equações

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (2.5)$$

Para dois agentes A e B que estabelecem uma interação em estudo,

$$x'_A = x_A - vt \quad \text{e} \quad x'_B = x_B - vt.$$

Consequentemente,

$$x'_B - x'_A = (x_B - vt) - (x_A - vt).$$

de onde resulta que

$$x'_B - x'_A = x_B - x_A$$

Derivando,

$$\frac{d(x'_B - x'_A)}{dt'} = \frac{d(x_B - x_A)}{dt}$$

e, portanto,

$$u' = u. \quad (2.6)$$

Assim, os dois observadores podem medir a mesma velocidade relativa entre os agentes que constituem o fenômeno, embora estejam em movimento relativo entre si. Nessa perspectiva, *a invariância não é introduzida como uma condição adicional: ela resulta da própria natureza relacional da grandeza.*

2.3.1. O princípio da invariância causal

Os princípios anteriores podem ser generalizados para a própria estrutura causal das interações físicas. Se uma determinada interação entre os agentes A e B produz um fenômeno F, então uma mudança do referencial utilizado para descrever a interação ou o fenômeno não deve transformar arbitrariamente essa relação em uma relação causal fisicamente distinta. O que pode mudar é a representação das posições e velocidades dos agentes:

$$(\mathbf{r}_A, \mathbf{v}_A, \mathbf{r}_B, \mathbf{v}_B) \rightarrow (\mathbf{r}'_A, \mathbf{v}'_A, \mathbf{r}'_B, \mathbf{v}'_B).$$

mas não os próprios agentes da interação nem, segundo a perspectiva aqui adotada, a relação física que produz F. Assim, a invariância da descrição deve ser acompanhada, nessa perspectiva, pela *invariância da estrutura causal completa*.

Invariância das propriedades e relações físicas dos sistemas

Na perspectiva adotada neste trabalho, a exigência de invariância não deve limitar-se à preservação formal das equações quando se passa de um referencial para outro. O objeto fundamental da invariância são as *propriedades físicas das entidades que constituem o sistema e as relações entre essas entidades*. Seja um sistema constituído pelas entidades físicas

$$S = \{A, B, C, \dots\},$$

e sejam $R_{AB}, R_{AC}, R_{BC}, \dots$ as relações físicas existentes entre essas entidades. A mudança do referencial utilizado pelo observador não altera as entidades nem as relações físicas que constituem o sistema. Ela modifica apenas a representação coordenada utilizada para descrevê-las. Assim,

$$\text{mudança de referencial} \neq \text{mudança do sistema físico}.$$

As coordenadas atribuídas às entidades podem mudar,

$$\mathbf{r}_A \rightarrow \mathbf{r}'_A, \quad \mathbf{r}_B \rightarrow \mathbf{r}'_B,$$

mas, quando essas coordenadas representam relações entre os próprios elementos físicos do sistema, devem descrever a mesma relação física:

$$R'_{AB} = R_{AB}.$$

Estabelece-se, portanto, uma distinção entre dois níveis de descrição: as *coordenadas relativas ao referencial do observador* e as *grandezas definidas relativamente às entidades físicas do sistema*. As primeiras podem modificar-se quando se muda o referencial; as segundas devem preservar a propriedade física que representam.

Consequências de uma definição inadequada das grandezas

Quando uma grandeza que caracteriza uma relação física em observação é definida em relação ao referencial do observador, sua transformação pode produzir uma alteração que não corresponde a uma alteração real do sistema. Surge, então, a necessidade de introduzir elementos matemáticos destinados a recuperar ou preservar a invariância das relações físicas, que deveriam ter permanecido invariantes desde a própria definição das grandezas. A abordagem aqui proposta procura evitar esse procedimento mediante a identificação prévia das entidades que participam do fenômeno e das relações em estudo, bem como a definição adequada das grandezas relevantes. As grandezas relevantes devem ser definidas relativamente a essas entidades, e não simplesmente em função do referencial utilizado pelo observador. A mudança de referencial modifica, então, a representação coordenada das relações, mas não as propriedades físicas que elas representam. As relações físicas e as propriedades do sistema constituem o objeto da invariância, enquanto as coordenadas constituem diferentes representações dessas relações.

2.4. Síntese dos princípios orientadores

Os argumentos apresentados nesta seção estabelecem os princípios conceituais que orientarão as análises desenvolvidas nas seções seguintes. Em primeiro lugar, distingue-se o *fenômeno físico de sua observação*: a relação cinemática entre um fenômeno e um observador não constitui um elemento do fenômeno. Em segundo lugar, distingue-se o *observador do “dispositivo”*: o primeiro interpreta ou registra o resultado da medição, enquanto o segundo participa diretamente do processo de obtenção da informação. Em terceiro lugar, distingue-se o *referencial utilizado para medir ou representar uma grandeza do referente físico em relação ao qual essa grandeza é definida*. Em quarto lugar, estabelece-se que, quando uma grandeza caracteriza uma interação entre agentes físicos, ela deve ser *definida a partir das relações físicas entre esses agentes*, e não simplesmente a partir da relação de cada agente com o observador. Em quinto lugar, esse princípio relacional é estendido às grandezas espaciais: quando um fenômeno depende da relação espacial entre elementos físicos, a descrição deve considerar a posição relativa entre esses elementos, e não

simplesmente sua posição em relação à origem do sistema de coordenadas do observador. Por fim, sustenta-se que uma mudança do sistema de referência pode modificar a representação matemática das posições e velocidades, mas não deve introduzir novos agentes na interação nem alterar a estrutura causal do fenômeno. Esses princípios constituem a base conceitual para as análises subsequentes. A partir deles, será examinado, na seção seguinte, o conceito de intervalo espaço-temporal na formulação relativística einsteiniana e sua invariância sob transformações de coordenadas. Posteriormente, esses mesmos princípios serão aplicados à análise da relação entre as transformações galileanas e as equações de Maxwell, às transformações dos campos elétrico e magnético e, finalmente, à interpretação do fenômeno da indução magnética.

3. O intervalo espaço-temporal e seu comportamento sob as transformações de Galileu

A introdução do formalismo geométrico de Minkowski [12, 13] constitui uma das mais notáveis realizações conceituais da física do início do século XX. Com extraordinária capacidade de síntese matemática, Hermann Minkowski mostrou que a estrutura da Teoria da Relatividade Especial podia ser representada por meio de uma geometria quadridimensional, na qual as coordenadas espaciais e temporal passam a constituir uma única estrutura formal. Essa construção permitiu conferir uma interpretação geométrica particularmente elegante às relações estabelecidas pela teoria especial da relatividade e tornou possível formular, de maneira unificada, uma grandeza que desempenha papel central nessa estrutura: o *intervalo espaço-temporal* [14], também designado *intervalo entre dois eventos* [15] ou *intervalo de Minkowski*, entre outras designações. Considerem-se dois eventos,

$$E_1 = (x_1, y_1, z_1, t_1) \quad \text{e} \quad E_2 = (x_2, y_2, z_2, t_2).$$

Na formulação de Minkowski [12, 14], define-se entre eles o intervalo

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 \quad (3.1)$$

Essa grandeza possui papel análogo ao da distância na geometria euclidiana [1, 16], embora seja definida por uma forma quadrática de assinatura diferente. Uma de suas propriedades fundamentais, na estrutura da Teoria da Relatividade Especial, é a invariância sob transformações de Lorentz [1, 15]. A presente análise não pretende diminuir a importância desse formalismo. Ao contrário, reconhece-se nele uma construção matemática de extraordinária engenhosidade. No entanto, pretende-se ser o *mais realista possível*. O objetivo é examinar criticamente o *significado físico atribuído às grandezas que aparecem nessa construção*, particularmente quando se pretende comparar sua invariância sob transformações de Lorentz com seu comportamento sob transformações de Galileu.

3.1. Origem geométrica da expressão do intervalo

Em termos de origem conceitual, a expressão do intervalo espaço-temporal originou-se da *equação euclidiana da esfera de luz centrada na origem* [17], isto é:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (3.2)$$

Originalmente, essa equação é puramente euclidiana no espaço, não descreve eventos genéricos, descreve um fenômeno físico específico – a *propagação de “casca esférica” da luz* [18] –, uma esfera que se expande com o tempo; ela relaciona exclusivamente dois pontos: o *ponto de emissão* e o *ponto ocupado pela frente luminosa em determinado instante posterior ao instante de emissão*. Para dois pontos da trajetória de propagação da frente, essa equação conduz naturalmente à forma

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 \quad (3.3)$$

Ao ser reescrita como

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = 0$$

ou

$$0 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 \quad (3.4)$$

ela gera diretamente o que depois passou a chamar-se *intervalo espaço-temporal nulo* [14, 15]. Não há aqui qualquer hipótese interpretativa: o objeto matemático surge da geometria da esfera luminosa.

3.1.1. O que Minkowski fez depois

Minkowski [17] realizou dois passos adicionais, que são conceptualmente distintos:

(i) *Abstração geométrica*: o objeto

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 \quad (3.5)$$

deixou de ser visto como “a equação da esfera de luz”, e passou a ser interpretado como a métrica fundamental do espaço-tempo [19].

Há alguma ilegitimidade nisso? Não, necessariamente. Afinal, a partir de uma equação podem-se construir infinitas funções por meio de manipulações algébricas. Por exemplo, poder-se-ia, da mesma expressão do intervalo obter

$$f_1^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 - s^2$$

$$f_2^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 - s^2 - f_1^2$$

e assim por diante.

(ii) *Extensão semântica*: o intervalo deixou de significar apenas relação entre eventos ligados por luz, e passou a classificar separações temporais (*timelike*), separações espaciais (*spacelike*), separações luminosas (*null*) [12, 15]. A gradeza passou assim a desempenhar o papel de uma medida geométrica geral entre pontos do espaço-tempo.

Essa extensão é legítima como construção teórica, mas já não pertence à sua origem física. É precisamente essa estrutura que Herman Minkowski incorpora ao seu formalismo geométrico, e, em 1908 [12], apresenta o seu recém-criado formalismo como uma nova linguagem para a teoria da relatividade especial. Alguns defensores da relatividade especial recorrem ao formalismo de Minkowski para fundamentar a teoria e assim refutar críticas contra ela, argumentando que as equações

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad \text{e} \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2, \quad (3.6)$$

obtidas da forma geral quando se atribui $x'_c = x_c = 0$, $y'_c = y_c = 0$, $z'_c = z_c = 0$, $t'_0 = t_0 = 0$, não descrevem duas esferas, mas dois cortes de simultaneidade de um mesmo cone de luz. No entanto, não era essa a ideia dos criadores originais da teoria, particularmente a de Einstein [18], que as apresentou como as equações de uma frente luminosa esférica que se expande com o tempo, formando infinitas esferas concêntricas, com centro fixo na origem do sistema de coordenadas do respectivo observador. Não há nenhuma contestação à introdução de um novo formalismo para descrever uma teoria já estabelecida. No entanto, se essa linguagem não representa a ideia dos autores originais, então trata-se de uma outra teoria, e não da que se pressupõe explicar.

3.2. Sobre a invariância do intervalo na formulação relativística

Na estrutura da Teoria da Relatividade Especial, o intervalo é invariante sob as transformações de Lorentz [15].

Einstein chamou essa característica de uma “descoberta de Minkowski” [1], e a considerou como uma prova de validade das TL. De fato, aplicando as transformações

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - vt) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)\end{aligned}\tag{3.7}$$

à expressão do intervalo, obtém-se

$$s'^2 = s^2.\tag{3.8}$$

Essa invariância constitui uma das características fundamentais da geometria de Minkowski [13]. No entanto, surge aqui a questão: *Pode esse fato ser tomado como prova de validade das transformações de Lorentz como as transformações corretas?*

Nesta abordagem, tal característica isoladamente não pode ser tida como prova de validade das TL. Entende-se aqui ser necessário examinar com cuidado *as condições estruturais mediante as quais essa invariância é obtida*. Em particular, deve-se distinguir aquilo que decorre da natureza do fenômeno físico daquilo que decorre da estrutura matemática escolhida para representá-lo.

Os coeficientes fundamentais das TL foram obtidos da equação da frente esférica luminosa sob certas condições [9, 15, 18]. Uma dessas condições, suscita preocupações.

3.2.1. O evento e a escolha das origens dos sistemas de coordenadas – a geometria "Viciada" na Origem

Considere-se o ponto de emissão da onda. Na construção habitual, escolhem-se as origens dos sistemas de coordenadas [12, 13, 15, 18] de modo que o evento de emissão seja representado por

$$E_0 = (0, 0, 0, 0) \text{ em } S, \text{ e } E'_0 = (0, 0, 0, 0) \text{ em } S'.$$

Entretanto, a natureza da emissão não exige que o ponto espacial no qual a onda é produzida coincida com a origem de qualquer sistema de coordenadas. Pode-se considerar um mesmo ponto físico localizado fora da origem, tal como

$$E_0 = (x_0, y_0, z_0, 0),$$

com as coordenadas espaciais não nulas. Surge então uma questão conceitual quando se pretende representar *esse mesmo evento físico*, nos dois referenciais, como ocorrendo em $t'_0 = t_0 = 0$. Para as transformações de Lorentz,

$$t'_0 = \gamma\left(t_0 - \frac{v}{c^2}x_0\right)$$

Se $t_0 = 0$, segue-se que

$$t'_0 = -\gamma\frac{v}{c^2}x_0$$

Assim, para $v \neq 0$, a condição $t'_0 = 0$ exige $x_0 = 0$. Portanto, a estrutura das transformações de Lorentz não permite, para um ponto localizado em $x_0 \neq 0$, que esse mesmo ponto seja associado a $t_0 = 0$ em S , quando em S' tem-se $t'_0 = 0$.

Nesta perspectiva, isso constitui um problema conceitual, pois, como referido acima, *a natureza não impõe que a emissão de uma onda deva ocorrer na origem dos sistemas de coordenadas, nem impõe que dois sistemas móveis devam necessariamente atribuir tempos diferentes a uma ocorrência física que se dá*

em um ponto espacial fora das origens dos sistemas de coordenadas quando essas coincidem, ou seja, a natureza não impõe

$$E_0 = (0, 0, 0, 0) \text{ e } E'_0 = (0, 0, 0, 0)$$

para o evento de emissão. Essa restrição resulta da estrutura das próprias transformações de Lorentz, que relacionam as coordenadas espaciais e temporais mediante uma transformação que mistura x e t .

Não se pretende, com isso, afirmar que a Teoria da Relatividade Especial seja matematicamente incapaz de representar um evento com $t = 0$ e $x \neq 0$ em um referencial. O ponto é outro: *as transformações de Lorentz não permitem que o mesmo evento localizado fora da origem tenha simultaneamente $t_0 = 0$ e $t'_0 = 0$ em dois referenciais em movimento relativo*. Na interpretação aqui proposta, essa impossibilidade é entendida como uma restrição introduzida pela estrutura das transformações, e não como uma restrição imposta pelo próprio fenômeno físico ou pela natureza.

3.2.2. A quebra da invariância e o "recurso" à simultaneidade

Conforme discutido na seção anterior, a condição $t'_0 = t_0 = 0$ e $x_0 \neq 0$ *quebra a invariância do intervalo de Minkowski sob as TL*. Dito de outra forma, as TL não admitem o evento de emissão $E_0 = (x_0, y_0, z_0, 0)$ e $E'_0 = (x'_0, y'_0, z'_0, 0)$ com $x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0$ não nulos. Para preservar a invariância do intervalo nesse caso, impõe-se que $t'_0 = -vx_0/c^2$ para $t_0 = 0$ e $x_0 \neq 0$, embora o cenário físico proposto estabeleça, ao contrário, que $t'_0 = 0$. Assim, a TRE preserva a invariância do intervalo relativístico à custa da alteração da coordenada temporal atribuída ao evento de emissão, admitindo que, em determinado referencial, a emissão da onda ocorra antes ou depois do instante em que efetivamente ocorre segundo as condições físicas do cenário proposto.

Defensores da teoria poderiam argumentar que, se a luz é emitida em $t = 0$ no ponto $x_0 \neq 0$ para o observador em S , essa emissão *não ocorre em $t' = 0$ para o observador em S' , pois as TL admitem $t = t' = 0$ apenas para a emissão a partir da origem comum, isto para $x_0 = 0$* . Nessa perspectiva, poder-se-ia sustentar que:

Não se pode ter $t = t' = 0$ para emissão fora da origem porque:

- O evento de emissão está espacialmente separado de pelo menos um observador.
- Para esse observador, o tempo do evento não é lido localmente, mas reconstruído por sincronização remota usando sinais luminosos.
- Como a luz tem velocidade finita e invariante e o emissor está em movimento relativo, o procedimento de sincronização não é simétrico.
- Isso faz com que o evento distante não pertença ao “agora” desse observador.
- Resultado inevitável: Um evento distante que ocorre em $t = 0$ para um referencial não ocorre em $t' = 0$ para outro em movimento relativo.
- Quando o evento ocorre longe:
 - O observador não “vê” o evento no instante em que ocorre,
 - Ele reconstrói o tempo usando sinais luminosos,
 - Esse procedimento depende do estado de movimento.
 - Logo, a leitura de tempo deixa de ser universal.

Mas pode ocorrer $t = t' = 0$ na origem porque:

- O evento acontece no mesmo ponto físico para ambos os observadores.
- Ambos podem ler diretamente o mesmo relógio local, sem sincronização remota.
- Não há atraso de propagação de sinal.
- Não há ambiguidade operacional.
- Apenas eventos locais podem ter tempo comum para observadores em movimento relativo, porque só eles não dependem de sincronização à distância – e a relatividade da simultaneidade nasce exatamente dessa dependência.
- O tempo é medido localmente,
- Não é inferido por sinais retardados,

- Não depende de convenções de sincronização.
- Esse é o único caso em que dois referenciais podem concordar no tempo de um evento.
- Isso não é uma convenção: é uma restrição geométrica do espaço-tempo de Minkowski.
- Isso é consequência das transformações de Lorentz.

De fato, a situação em causa é consequência da própria estrutura das transformações de Lorentz. No entanto, esses argumentos não resolvem o problema apresentado, conforme será explicado a seguir. É contudo, importante considerar a seguinte questão: *O que representa a variável t na equação da frente de onda e nas transformações de coordenadas?*

Na perspectiva aqui adotada, a variável t , presente nas equações que descrevem fenômenos e leis físicas, não representa “o tempo ou o instante de sua observação”, nem necessariamente “o tempo ou a leitura de um relógio”, tampouco o “tempo psicológico”. Representa, antes, a ordem objetiva dos eventos, isto é, o parâmetro que indica sua evolução, independentemente do observador ou de qualquer processo de medição. Dois observadores em um mesmo referencial podem perceber, em tempos distintos, o sinal de uma mesma ocorrência. Do mesmo modo, dois relógios situados em um “mesmo ponto” podem apresentar leituras diferentes para um mesmo t , dependendo do padrão de medição que utilizam ou de outros fatores. A variável t constitui o *parâmetro temporal objetivo comum, enquanto os relógios fornecem leituras locais que correspondem a esse mesmo t* . As equações que representam leis físicas descrevem padrões naturais. No caso específico de uma onda luminosa, t ordena temporalmente os eventos associados à sua propagação, representando o instante em que um elemento da perturbação eletromagnética alcança a posição espacial x , no caso particular de uma propagação unidimensional. Segundo o próprio Einstein [18], $t = \tau = 0$ corresponde ao instante em que “a onda esférica” é emitida, e ela alcança um ponto (x, y, z) no tempo t . Portanto, segundo a interpretação neste trabalho, a questão da simultaneidade de eventos entre referenciais não se coloca nesse contexto, pois se trata da ocorrência do mesmo evento de emissão, e não da observação dessa ocorrência por cada observador.

Em vista dessas considerações, poderia argumentar-se que as transformações de Lorentz são as transformações de coordenadas corretas [20], uma vez que as transformações galileanas não preservariam a invariância do intervalo de Minkowski e seriam incompatíveis com as leis do eletromagnetismo [20]. A seguir, analisa-se o comportamento do intervalo de Minkowski sob transformações galileanas, deixando-se para uma etapa posterior a questão da compatibilidade dessas transformações com as leis do eletromagnetismo.

3.3. Evento, ponto espacial e ponto do espaço no tempo

Para prosseguir nessa análise, é necessário distinguir a noção de *evento* da noção de *ponto espacial*. O que a interpretação relativista denomina “evento”, isto é, um “ponto do mundo” [19], representado pelo conjunto das coordenadas espaciais (x, y, z) e temporal (t) em uma única estrutura geométrica [21], o espaço-tempo, é, nesta abordagem, entendido como um *ponto (x, y, z) do espaço no tempo (t)* . A diferença terminológica é deliberada. Dessa forma, reconhece-se o tempo como parâmetro de ordenação das ocorrências no espaço, formando, juntamente com o espaço, a *plataforma do mundo*. Reconhece-se, contudo, a distinção ontológica entre ambos. Por exemplo, em um sistema de referência, um corpo pode se deslocar em apenas uma das direções espaciais, mantendo constantes as suas posições nas outras duas, mas não se pode tratar o tempo da mesma maneira que uma direção espacial, pois o movimento, o estado de repouso ou qualquer estado de existência física de um corpo são considerados ao longo do tempo. Um evento, nessa concepção, não é identificado primordialmente com uma coordenada quadridimensional abstrata. Ele corresponde à ocorrência de algo *em determinado ponto do espaço e em determinado instante*.

Os pontos do espaço, por sua vez, são considerados persistentes no tempo. Um ponto P não passa a existir nem deixa de existir porque um sistema de referência se movimenta. Tampouco os pontos do espaço são transportados pelo movimento dos sistemas S e S' . Assim, se uma onda luminosa é emitida em P e posteriormente alcança outros pontos Q_1 , Q_2 , esses pontos continuam sendo os mesmos pontos espaciais, independentemente do movimento de S ou S' . Os sistemas móveis *não arrastam os pontos do espaço nem arrastam o tempo*. Eles apenas transportam consigo suas próprias estruturas de coordenadas. Consequentemente, os pontos do espaço *podem aparecer* como móveis quando descritos a partir dos sistemas S e S' , embora permaneçam espacialmente fixos na estrutura espacial comum. Inversamente, as

origens dos sistemas S e S' são móveis relativamente ao espaço. Essa distinção permitirá compreender a diferença entre as grandezas

$$x_2 - x_1 \quad \text{e} \quad X_2 - X_1,$$

que serão consideradas adiante. A primeira corresponde a uma diferença entre coordenadas atribuídas pelo sistema móvel; a segunda representa a separação espacial entre os próprios pontos persistentes do espaço. Ambas podem eventualmente coincidir, mas não representam necessariamente a mesma quantidade.

3.3.1. Pontos espaciais e coordenadas dos sistemas móveis

Considere novamente uma onda luminosa emitida a partir do ponto espacial fixo P. Observadores situados nos sistemas S e S' podem descrever os pontos alcançados pela frente de onda de duas maneiras distintas: (1) *adotando sistemas de coordenadas com origens coincidentes, permanentemente fixadas no ponto P, independentemente do movimento dos referenciais S e S'*; ou (2) *adotando sistemas de coordenadas cujas origens estão fixadas, respectivamente, nos referenciais S e S', acompanhando, portanto, o movimento desses referenciais*. Segue-se a apresentação dessas duas formas de descrição.

Primeira construção: sistemas de coordenadas com origens fixadas em P

Este constitui o método mais natural. Nesta primeira construção, estabelece-se um sistema de coordenadas cuja origem esteja fixada em P. Seja esse doravante designado *sistema de coordenadas relevantes ou naturais* S_R e (X, Y, Z) as coordenadas de um ponto espacial nesse sistema. Em S', pode-se construir analogamente (X', Y', Z') . Como ambos os sistemas estão sendo utilizados, nessa construção, para descrever os *mesmos pontos espaciais relativamente à mesma origem física P*, tem-se

$$X' = X, \quad Y' = Y, \quad Z' = Z. \quad (3.9)$$

Portanto, se Q_1 e Q_2 são dois pontos espaciais, suas coordenadas relevantes satisfazem a relação

$$X_2 - X_1 = X'_2 - X'_1. \quad (3.9)$$

Essa igualdade exprime diretamente a invariância da distância entre os mesmos pontos do espaço.

Segunda construção: cada observador utiliza a origem do seu próprio sistema móvel

Na segunda construção, os observadores em S e S' utilizam suas próprias origens, que se deslocam no espaço com velocidades v_p e v'_p , respectivamente. O ponto P parece estar se movendo, para um observador em repouso em S ou em S'. No referencial S, a coordenada de P, apesar de P permanecer fisicamente fixo no espaço, é

$$x_c(t) = x_0 - v_p t. \quad (3.10)$$

Analogamente, em S',

$$x'_c(t') = x'_0 - v'_p t'. \quad (3.11)$$

Se X representa a posição de um ponto espacial relativamente a P, e x representa a sua coordenada no sistema móvel S, então tem-se

$$X = x - x_c(t), \quad (3.12)$$

Analogamente, em S',

$$X' = x' - x'_c(t'). \quad (3.13)$$

Portanto, a mesma posição espacial pode diretamente ser descrita relativamente a P, ou indiretamente por meio da coordenada atribuída pelo sistema móvel e da posição aparente de P nesse sistema. Para dois pontos Q_1 e Q_2 , tem-se na segunda construção

$$X_1 = x_1 - x_c(t_1), \quad X_2 = x_2 - x_c(t_2).$$

Logo,

$$X_2 - X_1 = (x_2 - x_1) - [x_c(t_2) - x_c(t_1)].$$

Da equação (3.10) é fácil ver que

$$x_c(t_2) - x_c(t_1) = -v_p(t_2 - t_1),$$

Então disso resulta a relação

$$X_2 - X_1 = (x_2 - x_1) + v_p(t_2 - t_1).$$

Analogamente, em S' :

$$X'_2 - X'_1 = (x'_2 - x'_1) + v'_p(t'_2 - t'_1).$$

Como $x' = x - vt$, $t' = t$ e $v = v'_p - v_p$, a relação

$$x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1).$$

conduz imediatamente a

$$X'_2 - X'_1 = X_2 - X_1. \quad (3.14)$$

Assim, aquilo que varia entre os sistemas móveis são as coordenadas x e x' ; a distância entre os pontos espaciais (eventualmente alcançados pela frente de onda) que essas coordenadas representam permanece a mesma. Vale destacar que os sistemas de coordenadas relevantes (X, Y, Z) e (X', Y', Z') são ambos coincidentes e com suas origens fixas em P. Portanto, não se movem com os sistemas S e S' . Neste caso, a velocidade relativa entre S_R e S'_R é $v_R = 0$. Assim, uma transformação galileana resultaria em

$$X' = X - v_R t = X - (0)t = X, \quad Y' = Y, \quad Z' = Z, \quad t' = t.$$

$$X' = X, \quad Y' = Y, \quad Z' = Z, \quad t' = t.$$

3.4. As transformações galileanas e a diferença entre coordenadas móveis no espaço

Se x_1 e x_2 forem considerados simplesmente como coordenadas, em S, atribuídas a dois pontos espaciais alcançados por uma frente luminosa em instantes distintos, e x'_1 e x'_2 como suas correspondentes coordenadas em S' , então, por transformações galileanas

$$x'_1 = x_1 - vt_1, \quad x'_2 = x_2 - vt_2.$$

Subtraindo os membros correspondentes,

$$x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1).$$

Na interpretação convencional [22], essa relação é normalmente tomada como uma evidência de que a expressão

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

ou, mais precisamente, o intervalo espaço-temporal

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2$$

não é invariante sob transformações de Galileu e, conseqüentemente, como uma razão para a introdução das transformações de Lorentz. Neste trabalho propõe-se, contudo, que há uma questão interpretativa anterior a essa conclusão. A expressão

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

não deve ser automaticamente identificada com a distância entre os dois pontos do espaço nos quais os eventos em questão ocorrem. *Uma diferença de coordenadas pertencentes a um sistema móvel não é, em geral, a mesma coisa que a distância espacial entre dois pontos persistentes do espaço.*

A analogia dos carros na estrada

Essa distinção pode ser compreendida de maneira particularmente clara mediante a seguinte analogia. Considere o espaço como uma estrada reta. O ponto P é um ponto fixo da estrada. Imagine agora que a onda luminosa seja, apenas para fins ilustrativos, um objeto sólido denominado “luz”, disparado a partir do ponto P com velocidade c . Esse objeto alcançará sucessivamente diversos pontos fixos da estrada. Considere, simultaneamente, dois carros que representam os dois sistemas de referência S e S'. Ambos partem da “mesma” posição, situada a 10 m de P, e deslocam-se no mesmo sentido positivo do eixo X, mas com velocidades diferentes: $v_p = 2 \text{ m/s}$, $v'_p = 3 \text{ m/s}$.

No instante inicial, ambos estão a 10 m de P. Então, no referencial da estrada, fixando a origem em P, tem-se:

$$X_S(t) = 10 + 2t \quad \text{e} \quad X_{S'}(t) = 10 + 3t.$$

A velocidade relativa entre os carros é, portanto,

$$v = v'_p - v_p = 1 \text{ m/s}.$$

A coordenada de um ponto Q fixo na estrada, relativamente à origem móvel de S, é

$$x_Q(t) = X_Q - X_S(t).$$

Analogamente para S'

$$x'_Q(t) = X_Q - X_{S'}(t)$$

Agora considere dois pontos permanentes da estrada: $Q_1 = 20 \text{ m}$, $Q_2 = 50 \text{ m}$. A distância entre eles é sempre

$$Q_2 - Q_1 = 30 \text{ m}.$$

O movimento dos carros não modifica essa distância. Considere que o objeto “luz” alcance Q_1 no instante $t_1 = 2 \text{ s}$ e Q_2 no instante $t_2 = 5 \text{ s}$. As coordenadas de Q_1 no instante $t_1 = 2$ serão:

- Em S: $x_1(t_1) = 20 - [10 + 2(2)] = 6 \text{ m}$,
- Em S': $x'_1(t'_1) = 20 - [10 + 3(2)] = 4 \text{ m}$.

As coordenada de Q_2 no instante $t_2 = 5$ serão:

- Em S: $x_2(t_2) = 50 - [10 + 2(5)] = 30 \text{ m}$,
- Em S': $x'_2(t'_2) = 50 - [10 + 3(5)] = 25 \text{ m}$.

Logo, tem-se:

$$\text{Para } S, \quad x_2 - x_1 = 24 \text{ m.}$$

$$\text{Para } S', \quad x'_2 - x'_1 = 21 \text{ m.}$$

Tem-se, assim,

$$x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1.$$

Todavia, a distância entre os pontos da estrada mantém-se

$$Q_2 - Q_1 = 30 \text{ m.}$$

A diferença entre 24 m e 21 m decorre simplesmente do fato de os carros terem se deslocado diferentemente durante os três segundos considerados:

$$v(t_2 - t_1) = 1 \times 3 = 3 \text{ m.}$$

Com efeito,

$$24 - 21 = 3 \text{ m.}$$

Portanto,

$$x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1).$$

Na perspectiva aqui adotada, essa expressão não revela uma inconsistência da cinemática galileana. Pelo contrário, *ela é precisamente o resultado esperado quando dois sistemas de coordenadas se deslocam relativamente um ao outro*. A distância entre os pontos da estrada permanece invariável porque esses pontos não se deslocaram. O que se deslocou foram os carros e, com eles, suas respectivas grades de coordenadas. O exemplo acima pode ser generalizado pelo princípio a seguir.

Princípio da não equivalência entre diferenças de coordenadas móveis temporariamente distintas e separações espaciais

Nesta perspectiva, os sistemas de coordenadas móveis devem ser distinguidos dos próprios pontos do espaço que descrevem. Esses sistemas móveis não transportam consigo, em seu movimento, os pontos do espaço; seu movimento modifica apenas a correspondência entre esses pontos e os rótulos coordenados que lhes são atribuídos. Desse modo, a cada instante t , existe uma correspondência específica entre os pontos persistentes do espaço e as coordenadas do sistema móvel. Se P é um ponto fixo do espaço, sua coordenada x em S pode ser escrita como

$$x_P(t) = X_P + x_c(t), \quad (3.15)$$

em que X_P representa a posição do ponto relativamente a uma origem espacial fixa e $x_c(t)$ representa a posição dessa origem fixa no sistema móvel. Para dois instantes distintos t_1 e t_2 , tem-se, em geral,

$$x_P(t_2) \neq x_P(t_1).$$

Isso não significa que o ponto P tenha se deslocado no espaço. Significa apenas que a grade coordenada utilizada para o descrever mudou de posição relativamente ao ponto P . Essa observação conduz ao seguinte princípio: *para um sistema de coordenadas móvel relativamente a pontos persistentes do espaço, a diferença entre o rótulo atribuído a um ponto em um instante e o rótulo atribuído a outro ponto em um instante posterior não representa, em geral, a distância espacial entre esses pontos*.

Se P_1 e P_2 são dois pontos fixos do espaço, a diferença

$$x_2(t_2) - x_1(t_1)$$

relaciona duas coordenadas pertencentes a diferentes configurações temporais da mesma grade móvel. Por essa razão, não deve ser identificada diretamente com

$$X'_2 - X'_1 = X_2 - X_1,$$

que representa a separação entre os próprios pontos espaciais. A situação pode ser demonstrada diretamente. Considere uma origem espacial fixa e sejam X_1 e X_2 as posições de P_1 e P_2 relativamente a essa origem. Para o sistema móvel S, considere-se que

$$x_i(t) = X_i - v_p t.$$

Quando os dois pontos são considerados no mesmo instante t ,

$$x_2(t) - x_1(t) = (X_2 - v_p t) - (X_1 - v_p t),$$

de modo que

$$x_2(t) - x_1(t) = X_2 - X_1.$$

O deslocamento da grade coordenada é o mesmo para ambos os pontos e, por isso, elimina-se na diferença. Entretanto, se as coordenadas são tomadas em instantes distintos,

$$x_1(t_1) = X_1 - v_p t_1 \quad \text{e} \quad x_2(t_2) = X_2 - v_p t_2$$

então

$$x_2(t_2) - x_1(t_1) = (X_2 - X_1) - v_p(t_2 - t_1)$$

Logo, para $v_p \neq 0$,

$$x_2(t_2) - x_1(t_1) \neq (X_2 - X_1)$$

em geral. A desigualdade não expressa uma alteração da distância entre P_1 e P_2 . A distância espacial permanece

$$D_{12} = X_2 - X_1.$$

A diferença adicional

$$-v_p(t_2 - t_1)$$

representa o deslocamento da grade coordenada relativamente aos pontos espaciais durante o intervalo considerado.

Portanto, para os mesmos pontos espaciais P_1 e P_2 ,

$$x_2(t_2) - x_1(t_1) = (X_2 - X_1) - v_p(t_2 - t_1),$$

enquanto

$$x'_2(t'_2) - x'_1(t'_1) = (X_2 - X_1) - v'_p(t_2 - t_1)$$

Isso resulta em

$$x'_2(t'_2) - x'_1(t'_1) = x_2(t_2) - x_1(t_1) - (v'_p - v_p)(t_2 - t_1).$$

Considerando que

$$v = v'_p - v_p,$$

obtem-se

$$x'_2(t'_2) - x'_2(t'_1) = x_2(t_2) - x_1(t_1) - v(t_2 - t_1) \quad (3.16)$$

Na interpretação proposta, portanto, o fato de

$$x'_2(t'_2) - x'_2(t'_1) \neq x_2(t_2) - x_1(t_1).$$

não implica que os sistemas atribuam diferentes distâncias aos mesmos pontos espaciais. As duas expressões não representam, por si mesmas, a separação entre P_1 e P_2 . Elas representam diferenças entre rótulos coordenados pertencentes a configurações das grades móveis temporalmente distintas. A separação espacial é dada por

$$X'_2 - X'_1 = X_2 - X_1. \quad (3.17)$$

Retornando a propagação da luz

Essa distinção torna-se particularmente importante quando os pontos P_1 e P_2 são alcançados por uma frente de onda luminosa. Se a onda se propaga no espaço com velocidade c , então, entre os instantes P_1 e P_2 tem-se

$$X_2 - X_1 = c(t_2 - t_1). \quad (3.18)$$

Essa é a distância espacial efetivamente percorrida pela frente luminosa entre os dois pontos P_1 e P_2 persistentes do espaço. Entretanto, para um sistema S que se desloca no mesmo sentido com velocidade v_p ,

$$x_2(t_2) - x_1(t_1) = (c - v_p)(t_2 - t_1). \quad (3.19)$$

Analogamente, para S' ,

$$x'_2(t'_2) - x'_2(t'_1) = (c - v'_p)(t'_2 - t'_1). \quad (3.20)$$

Assim,

$$x'_2(t'_2) - x'_2(t'_1) \neq x_2(t_2) - x_1(t_1)$$

sempre que

$$v'_p \neq v_p.$$

Esse resultado não implica que a frente luminosa tenha percorrido distâncias espaciais diferentes. O que varia são as diferenças entre os rótulos coordenados atribuídos às posições da frente luminosa por grades que se deslocam diferentemente durante o intervalo de propagação. Isso conduz à formulação do seguinte princípio:

Princípio da correspondência temporal das coordenadas: *A diferença entre coordenadas de dois pontos representa diretamente a separação espacial entre esses pontos somente quando as coordenadas são atribuídas relativamente à mesma configuração temporal do sistema de coordenadas. Quando as coordenadas correspondem a instantes distintos de um sistema móvel, sua diferença incorpora o deslocamento da própria estrutura coordenada entre os instantes considerados e, portanto, não representa, em geral, a distância espacial entre os pontos.*

Portanto, a expressão galileana

$$x'_2(t'_2) - x'_2(t'_1) \neq x_2(t_2) - x_1(t_1), \text{ para } t_2 \neq t_1.$$

não constitui evidência de alteração da separação espacial entre P_1 e P_2 ; ela descreve precisamente a alteração dos *rótulos coordenados* produzida pelo movimento relativo das grades de S e S'.

3.5. O “intervalo entre dois eventos” segundo a interpretação proposta

Nesta abordagem, a onda “não se propaga nos sistemas” S e S'. Ela se propaga *no espaço*, a partir do ponto P, alcançando sucessivamente pontos espaciais persistentes. Assim, quando se consideram E_1 e E_2 como dois eventos da propagação da frente luminosa, eles correspondem, nesta interpretação, a ocorrências em dois pontos espaciais específicos, Q_1 e Q , nos instantes t_1 e t_2 .

O chamado “intervalo espaço-temporal” *está, portanto, associado, nesta perspectiva, aos eventos da propagação da luz no espaço*, e não a algum deslocamento físico da frente de onda através dos sistemas S e S'. Por isso, a expressão “intervalo entre dois eventos” deve ser interpretada com cuidado. Nesta concepção, a componente espacial dessa grandeza corresponde à *distância entre dois pontos do espaço eventualmente alcançados pela frente luminosa*:

$$D_{12}^2 = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2. \quad (3.21)$$

Não se trata, portanto, da diferença entre duas coordenadas pertencentes a uma grade móvel tomadas em dois instantes diferentes.

O intervalo espaço-temporal

Definida dessa maneira, a grandeza considerada é

$$s_{12}^2 = c(t_2 - t_1)^2 - (X_2 - X_1)^2 - (Y_2 - Y_1)^2 - (Z_2 - Z_1)^2, \quad \text{em S} \quad (3.22)$$

$$\text{e} \quad s_{12}'^2 = c(t_2' - t_1')^2 - (X_2' - X_1')^2 - (Y_2' - Y_1')^2 - (Z_2' - Z_1')^2 \quad \text{em S'} \quad (3.23)$$

Como, na cinemática galileana, $t' = t$, tem-se

$$t_2' - t_1' = t_2 - t_1.$$

Além disso, como os sistemas móveis não transportam os pontos do espaço e Q_1 e Q são os mesmos pontos persistentes do espaço,

$$X_2' - X_1' = X_2 - X_1, \quad Y_2' - Y_1' = Y_2 - Y_1, \quad Z_2' - Z_1' = Z_2 - Z_1.$$

Consequentemente,

$$s_{12}'^2 = c(t_2 - t_1)^2 - (X_2 - X_1)^2 - (Y_2 - Y_1)^2 - (Z_2 - Z_1)^2$$

e, portanto,

$$s_{12}'^2 = s_{12}^2. \quad (3.24)$$

A invariância dessa grandeza decorre, assim, da invariância dos *mesmos pontos espaciais* e do *tempo comum* da cinemática galileana. Para a frente luminosa,

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = c^2 t^2, \quad (3.25)$$

e, para uma separação luminosa,

$$s^2 = 0.$$

O resultado permanece o mesmo em S', não porque as diferenças de coordenadas móveis sejam invariantes, mas porque ambos os sistemas podem descrever os mesmos pontos espaciais e o mesmo intervalo temporal mediante a estrutura espacial comum.

3.6. Considerações finais

A análise precedente conduz a uma distinção que, na perspectiva adotada neste trabalho, é fundamental. A relação

$$x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)$$

não deve ser interpretada como uma demonstração de que a cinemática galileana falha em preservar a distância espacial entre dois pontos e, consequentemente, a distância espaço-temporal entre dois eventos. Ela demonstra apenas que *as coordenadas atribuídas a pontos espaciais por sistemas de coordenadas que se deslocam relativamente entre si não apresentam, em geral, a mesma diferença quando avaliadas em instantes diferentes*. Os sistemas S e S' movem-se no espaço com velocidades v_p e v'_p , respectivamente, e transportam consigo suas próprias estruturas coordenadas. Os pontos do espaço, entretanto, permanecem fixos no espaço. Por isso, aquilo que é variável é a coordenada do ponto no sistema móvel, e não a posição espacial do ponto propriamente dita. Nesse sentido, a relação

$$x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)$$

constitui, na perspectiva aqui desenvolvida, *um sinal de consistência, e não de inconsistência, da cinemática galileana*. Interpretá-la como uma variação da distância entre os pontos espaciais significa, nessa abordagem, atribuir às diferenças de coordenadas móveis um significado físico que elas não possuem. A questão fundamental passa, portanto, a ser a seguinte: *quando se afirma que o intervalo espaço-temporal é ou não invariante, qual é exatamente a grandeza física cuja invariância está sendo examinada?* Se a componente espacial do intervalo for entendida como a distância entre os pontos persistentes do espaço alcançados pela frente de onda, e não como a diferença entre coordenadas de sistemas móveis tomadas em instantes distintos, então a análise galileana conduz à invariância

$$s'^2 = s^2.$$

É essa distinção entre *coordenadas dos sistemas móveis e pontos do espaço no tempo* que fundamenta a interpretação proposta neste trabalho.

4. As equações de Maxwell e seu comportamento sob transformações de Lorentz

4.1. Sobre as equações de Maxwell

As equações de Maxwell constituem o núcleo matemático da teoria clássica do eletromagnetismo. Embora tenham sido originalmente apresentadas por Maxwell em uma forma muito mais extensa [7, 23], posteriormente foram reorganizadas em uma formulação compacta de quatro equações, particularmente associada aos trabalhos de Oliver Heaviside e ao desenvolvimento do formalismo vetorial moderno [23]. Na presente análise, interessa particularmente a forma diferencial das equações, em uma região do espaço na qual podem existir densidade de carga ρ e densidade de corrente $\mathbf{J}$, como descrito abaixo.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} && \text{Lei de Gauss (para o campo elétrico)} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 && \text{Lei de Gauss do magnetismo,} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} && \text{Lei de Faraday,} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} && \text{Lei de Ampère-Maxwell.} \end{aligned} \tag{4.1}$$

A forma dessas equações para o vácuo obtém-se simplesmente fazendo $\rho = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{0}$, e dela obtém-se diretamente a equação de onda eletromagnética

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{e} \quad \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (4.2)$$

onde $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. A presença de ϵ_0 e μ_0 nessa estrutura estabelece, no formalismo clássico do eletromagnetismo [7, 23], uma velocidade característica para a propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo. A relação entre essa estrutura matemática e as transformações entre referenciais constitui, portanto, uma das questões centrais da análise desenvolvida nesta parte.

4.2. A questão da invariância das equações de Maxwell

A análise da invariância das equações de Maxwell sob determinadas transformações procura verificar se, na passagem de um referencial inercial para outro, as equações mantêm sua forma. Na formulação relativística tradicional, essa exigência está associada ao princípio da relatividade e à constância da velocidade da luz no vácuo [1, 22]. É justamente nesse contexto que surge a questão histórica da compatibilidade entre a cinemática galileana e o eletromagnetismo: *se as transformações galileanas não preservam a forma das equações de Maxwell, enquanto as transformações de Lorentz a preservam, parece razoável concluir que a teoria eletromagnética exige necessariamente uma cinemática relativística*. Entretanto, essa conclusão depende de certos pressupostos que serão analisados neste trabalho. A seguir, apresenta-se um resumo do comportamento das equações de Maxwell sob transformações de coordenadas de Lorentz, bem como das correspondentes transformações dos campos, seguido de uma análise crítica dessas transformações.

4.3. Sobre a invariância das equações de Maxwell sob transformações de Lorentz – interpretação relativística

Conforme estabelecido nas seções anteriores, as equações de Maxwell preservam sua forma sob transformações de Lorentz, enquanto, segundo a interpretação convencional, não preservam sua forma sob transformações galileanas [15, 20, 22]. A preservação da forma das equações de Maxwell sob transformações de Lorentz, contudo, não decorre apenas da transformação das coordenadas espaço-temporais. Ela requer também uma transformação correspondente das grandezas que representam os campos elétrico e magnético. A presente seção não pretende reproduzir as demonstrações já estabelecidas na literatura acerca da invariância das equações de Maxwell sob transformações de Lorentz. O objetivo é examinar criticamente a transformação dos próprios campos e, em particular, a interpretação física atribuída à estrutura dessas transformações.

4.3.1. Estrutura das transformações relativísticas dos campos

Considere-se os referenciais inerciais S e S', já introduzidos anteriormente. Na formulação relativística convencional [24], as componentes dos campos elétrico e magnético paralelas à direção do movimento permanecem inalteradas, enquanto as componentes perpendiculares sofrem transformações acopladas. As relações são dadas por

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x & B'_x &= B_x \\ E'_y &= \gamma(E_y - vB_z), & B'_y &= \gamma\left(B_y + \frac{v}{c^2}E_z\right), \\ E'_z &= \gamma(E_z + vB_y), & B'_z &= \gamma\left(B_z - \frac{v}{c^2}E_y\right), \end{aligned} \quad (4.3)$$

Essas relações podem ser obtidas no formalismo relativístico a partir da transformação das grandezas eletromagnéticas entre referenciais inerciais e permitem preservar a forma das equações de Maxwell sob transformações de Lorentz. Uma consequência particularmente significativa dessas relações é que uma componente do campo elétrico pode contribuir para uma componente do campo magnético no outro referencial, e vice-versa. Assim, campos que são descritos separadamente em um referencial podem

aparecer parcialmente combinados em outro. Essa propriedade suscita, entretanto, uma questão que merece ser distinguida da própria derivação matemática das equações: *A regra matemática que determina como os campos se transformam explica, por si mesma, por que os campos físicos devem transformar-se dessa maneira?*

A questão não consiste, portanto, apenas em determinar qual é a regra de transformação, mas em examinar qual é a justificativa física para a estrutura específica dessa regra.

4.3.2. Análise crítica das transformações de Lorentz dos campos

Considere-se novamente o caso de movimento relativo exclusivamente na direção x . Para as coordenadas espaciais, as transformações de Lorentz fornecem

$$y' = y \quad \text{e} \quad z' = z,$$

Nesse caso, não há, transformação entre as coordenadas y e z , uma vez que o movimento relativo entre os referenciais ocorre ao longo de x . No entanto, o mesmo não ocorre com os campos eletromagnéticos. Embora o movimento relativo esteja restrito à direção x , as componentes E_x e B_x permanecem invariantes, enquanto as componentes transversais sofrem transformação e, além disso, aparecem combinadas com componentes do outro campo. O problema que se coloca não é simplesmente determinar como essas equações podem ser obtidas. É compreender *por que a transformação física das grandezas eletromagnéticas deve assumir precisamente essa estrutura.*

Há, portanto, duas questões distintas:

1. Qual é a regra matemática de transformação dos campos?
2. Por que a natureza deve obedecer justamente a essa regra?

A primeira questão pode ser respondida pelo formalismo relativístico. A segunda exige uma justificativa física que não consista apenas na reprodução matemática da própria regra. A situação que requer explicação apresenta, nesse sentido, duas características distintas. Primeiro, *as componentes na direção do movimento permanecem invariantes, enquanto as componentes transversais são modificadas.* Segundo, *essas componentes transversais não apenas sofrem alteração de módulo, mas são combinadas com componentes do outro campo.* Assim, o problema não consiste simplesmente em explicar por que um observador em movimento pode atribuir um campo magnético a um fenômeno que, em outro referencial, é descrito apenas por um campo elétrico. Portanto, é necessário examinar *por que as componentes longitudinais permanecem invariantes e por que as componentes transversais se misturam entre os campos elétrico e magnético.*

4.3.2.1. A explicação relativista

A literatura apresenta, de modo recorrente, a transformação dos campos como consequência da Relatividade Especial e interpreta a mistura entre os campos elétrico e magnético como consequência do movimento relativo entre os referenciais. Uma forma usual de apresentar essa interpretação consiste em considerar uma carga ou uma distribuição de cargas em repouso em S . Nesse referencial, segundo a interpretação relativística, pode haver apenas um campo elétrico. Em S' , que se move em relação ao sistema de cargas, a mesma configuração eletromagnética passa a ser descrita também por um campo magnético. Feynman [25] apresenta explicitamente esse caso para um campo elétrico estático inicialmente sem campo magnético, mostrando que, quando o movimento é perpendicular ao campo elétrico, surge uma componente magnética. Para o caso geral, o autor decompõe o campo elétrico em componentes paralela e perpendicular ao movimento, ressaltando que a componente paralela permanece inalterada, enquanto a componente perpendicular sofre a transformação correspondente. Griffiths [24] apresenta a mesma ideia no contexto da eletrodinâmica relativística e, ao introduzir as transformações gerais dos campos, resalta que as regras de transformação devem ser independentes da maneira pela qual os campos foram produzidos.

Em uma formulação mais formal, as transformações são obtidas a partir da covariância da eletrodinâmica sob transformações de Lorentz. Na formulação tensorial [24, 25], essa estrutura é expressa de maneira compacta: os campos elétrico e magnético são componentes de uma única entidade eletromagnética, cuja transformação sob um impulso na direção x produz matematicamente a invariância das componentes longitudinais e a mistura das componentes transversais. A resposta relativista pode,

portanto, ser resumida da seguinte maneira: *a diferença entre as componentes longitudinais e transversais decorre da estrutura da transformação de Lorentz, enquanto a mistura entre os campos elétrico e magnético decorre da forma como o campo eletromagnético se transforma entre referenciais inerciais*. Essa resposta estabelece como o formalismo relativístico produz as transformações. Resta, entretanto, examinar se ela também fornece uma justificativa física independente para a necessidade dessa estrutura.

4.3.2.2. Limitações da explicação baseada no movimento relativo

A afirmação de que uma carga em movimento produz um campo magnético não explica, por si só, por que as transformações possuem precisamente a forma

$$E'_x = E_x, \quad E'_y = \gamma(E_y - vB_z), \quad E'_z = \gamma(E_z + vB_y),$$

$$B'_x = B_x, \quad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{v}{c^2}E_z\right), \quad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{v}{c^2}E_y\right),$$

A simples afirmação de que a fonte está em movimento para S', "poderia" justificar qualitativamente a existência de uma componente magnética em determinado referencial, mas não explica por que justamente as componentes transversais y e z são modificadas e misturadas, enquanto as componentes na direção do movimento permanecem invariantes.

Sobre a abordagem tensorial

A formulação tensorial torna a transformação matematicamente clara. Entretanto, afirmar que isso ocorre porque o campo eletromagnético é representado por um tensor que se transforma de determinada maneira estabelece *como o formalismo produz o resultado*. A questão aqui é anterior: *Por que o campo físico deve obedecer justamente a essa lei de transformação?* A representação tensorial não fornece, por si só, uma resposta independente a essa pergunta. Ela demonstra a consequência de uma estrutura matemática previamente adotada. É necessário, portanto, distinguir entre:

- derivar matematicamente uma transformação; e
- explicar fisicamente por que essa transformação deve existir.

A elegância e a consistência interna do formalismo tensorial não eliminam essa distinção.

A invariância das equações como condição suficiente

Também não é suficiente afirmar simplesmente que a estrutura das transformações dos campos é necessária para preservar a invariância das equações de Maxwell. Essa afirmação explica por que determinada regra é compatível com a covariância da teoria. Contudo, ainda permite formular a questão fundamental: *Se a exigência é preservar a forma das leis físicas, por que essa exigência conduz justamente à invariância das componentes longitudinais e à transformação acoplada das componentes transversais?*

Portanto, invocar a invariância das leis explica a necessidade matemática da regra dentro da estrutura teórica adotada, mas não constitui, por si só, uma explicação física independente da estrutura específica dessa regra. Consequentemente, permanece aberta a questão que motiva a presente análise: *A transformação relativística dos campos constitui apenas uma consequência matemática da estrutura espaço-temporal adotada pela Relatividade Especial, ou existe uma fundamentação física independente que explique por que os campos devem transformar-se exatamente dessa maneira?*

4.3.2.3. Formulação do problema sob a perspectiva proposta

Na interpretação desenvolvida nas seções anteriores, a descrição de um fenômeno físico deve partir das *relações entre os elementos que efetivamente participam desse fenômeno*, distinguindo-as da *relação cinemática desses elementos com um observador externo*. Essa distinção foi aplicada anteriormente à propagação física dos fenômenos, à definição das *velocidades relevantes* e à relação entre *pontos espaciais e coordenadas dos sistemas de referência*. Nesse contexto, a questão da invariância das equações de Maxwell deve ser reconsiderada. A interpretação clássica das transformações galileanas sustenta que elas

não são compatíveis com o eletromagnetismo porque não preservam a forma das equações de Maxwell, tornando necessárias as transformações de Lorentz [22, 26].

A abordagem desenvolvida na Parte 1, entretanto, estabelece uma distinção entre a *propagação física do fenômeno no seu meio* e a *cinemática dos objetos relativamente a sistemas móveis num substrato comum*. Nessa perspectiva, a *propagação de uma perturbação eletromagnética deve ser referida ao ponto físico de emissão e às relações entre os elementos que participam do fenômeno*, em vez de ser definida pela relação da propagação com a origem do sistema de coordenadas do referencial observador.

Do mesmo modo, distingue-se entre a *velocidade própria da propagação no meio* e a *velocidade dos elementos que participam do fenômeno relativamente a um observador*. A questão passa a ser, portanto, verificar se, sob essa interpretação, a cinemática galileana pode ser aplicada às relações físicas relevantes para a propagação eletromagnética sem que se imponha necessariamente a estrutura relativística das transformações de Lorentz. Isso conduz à questão central da próxima etapa:

Pode a invariância das equações de Maxwell ser preservada sob a perspectiva aqui proposta?

Segue-se a verificação.

5. Descrição dos fenômenos eletromagnéticos baseada em relações físicas invariantes

Na Parte 1 desta série estabeleceram-se a distinção entre a *propagação eletromagnética no substrato físico* e a *cinemática do movimento relativo entre corpos*, e introduziram-se os conceitos de *velocidade própria no substrato* v_p e *velocidade relativa (aparente)* v_{rel} . Na seção 2 desta Parte, estabeleceram-se os seguintes conceitos:

- **Princípio geral para a descrição das interações físicas:** as grandezas que caracterizam uma interação devem ser definidas pelas relações físicas entre os agentes que participam dessa interação, e não em relação a um observador. O observador, enquanto agente externo que interage com o “dispositivo” e descreve ou interpreta o fenômeno, não constitui, por si só, um dos agentes envolvidos na interação. O “dispositivo”, entretanto, quando participa fisicamente da medição, deve ser considerado um elemento do processo de interação, sem que isso implique incluí-lo na descrição teórica das relações entre os agentes do sistema. Sua participação no processo experimental, contudo, pode introduzir incertezas e perturbações nas medidas.
- **Precisão na definição das velocidades:** a menos que já esteja estabelecido o referente em relação ao qual a posição de um objeto é definida, deve-se distinguir cuidadosamente o referencial utilizado para medir ou representar uma grandeza associada do referente físico em relação ao qual essa grandeza é definida.
- **Invariância das relações cinemáticas entre os agentes:** a invariância não é introduzida como uma condição adicional: ela resulta da própria natureza relacional da grandeza.
- **Princípio da invariância causal:** a invariância da descrição deve ser acompanhada pela invariância da estrutura causal.
- **Invariância das propriedades e relações físicas dos sistemas:** O objeto fundamental da invariância são as propriedades físicas das entidades que constituem o sistema e as relações entre essas entidades.
- E estabeleceu-se uma distinção entre *coordenadas relativas ao referencial do observador* e *grandezas definidas relativamente às entidades físicas do sistema em estudo*.

Nesta seção, serão apresentadas as consequências desses conceitos para a descrição dos fenômenos físicos e, em particular, para a eletrodinâmica.

5.1. Consequências para a eletrodinâmica

Os conceitos resumidos acima serão aqui aplicados à eletrodinâmica. Para essas considerações, introduz-se aqui o conceito de *ponto-fonte*.

O ponto-fonte da perturbação eletromagnética

Considere uma fonte material que produz uma perturbação em determinado ponto P do espaço. É necessário distinguir a *fonte material* do que se designa aqui por *ponto-fonte* da perturbação. Uma lâmpada, uma antena ou outra fonte material pode estar em movimento. Entretanto, quando uma perturbação é produzida no ponto P, esse ponto constitui a referência espacial imediata a partir da qual a perturbação se propaga. Isso não significa que P seja uma fonte material. Trata-se simplesmente do *ponto do espaço no qual a perturbação foi produzida*. Em harmonia com o *segundo postulando da relatividade especial* [1, 18], a onda não deve, nessa descrição, ser identificada com o movimento posterior da fonte material que a produziu.

5.1.1. Consequência para a força eletromagnética

Considere-se uma fonte de campo magnético uniforme $\mathbf{B}$ em repouso no referencial S, e uma carga se movendo com o referencial S'. A força de Maxwell-Lorentz [27] sobre essa carga é dada pela expressão

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (5.1)$$

A atenção nessa expressão recai sobre a grandeza $\mathbf{u}$. Para o observador em S, em relação ao qual S' se move, qual o valor da velocidade $\mathbf{u}$? A literatura geralmente refere a essa grandeza como “a velocidade da carga”, identificando-a com a velocidade da carga definida em relação ao referencial do observador. Na presente abordagem, no entanto, essa interpretação é problemática, considerando que a expressão acima (força de Maxwell-Lorentz) não descreve um fenômeno inerente à relação da carga com o observador, mas da carga com o campo $\mathbf{B}$. Neste caso, *o campo $\mathbf{B}$ deve ser o referente de definição dessa velocidade*. Essa é, inclusive, a interpretação adotada por Maxwell, segundo Assis [27]. Eventualmente, essa velocidade pode coincidir com a velocidade da carga em relação ao observador. O seguinte exemplo ajuda a compreender essa conclusão.

Considere uma carga q submetida ao campo magnético $\mathbf{B}$ produzido por um ímã acoplado a um carrinho. No referencial S, suponha que o carrinho possua velocidade $\mathbf{u}_c$ e que a carga possua velocidade $\mathbf{u}_q$, com

$$\mathbf{u}_c \neq 0, \quad \mathbf{u}_q \neq 0.$$

Em outro referencial S', as velocidades correspondentes são $\mathbf{u}'_c$ e $\mathbf{u}'_q$. Surge, então, a questão fundamental: *qual dessas velocidades deve ser considerada na determinação do efeito magnético sobre a carga, para o observador em S? E qual deve ser considerada em S'?*

Na perspectiva adotada neste trabalho, a interpretação convencional requer uma análise adicional, pois a interação em questão não ocorre entre a carga e o observador, mas entre a carga e o campo magnético produzido pelo ímã. Consequentemente, se o campo $\mathbf{B}$ é considerado associado ao ímã, a grandeza cinemática relevante deve caracterizar a relação entre a carga e o ímã. Pode-se, portanto, definir

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_q - \mathbf{u}_c$$

ou, escolhendo a carga como objeto de referência,

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_c - \mathbf{u}_q$$

A escolha da convenção de sinal depende de qual agente é tomado como referência da relação. O que importa, para a presente análise, é que a grandeza seja definida pela relação cinemática entre os agentes da interação. Na construção proposta, essa relação pertence ao próprio sistema carga-ímã e, portanto, deve ser a mesma quando descrita por S ou S'. Sob uma transformação galileana,

$$\mathbf{u}'_q = \mathbf{u}_q - \mathbf{v}, \quad \mathbf{u}'_c = \mathbf{u}_c - \mathbf{v},$$

de modo que

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u}'_q - \mathbf{u}'_c = (\mathbf{u}_q - \mathbf{v}) - (\mathbf{u}_c - \mathbf{v}) = \mathbf{u}_q - \mathbf{u}_c = \mathbf{u}.$$

O ponto essencial é que não se utiliza isoladamente a velocidade da carga em relação ao observador, utiliza-se a velocidade relativa entre a carga e o campo (ou o agente físico ao qual o campo está associado). A mudança de referencial altera as velocidades individuais atribuídas aos agentes, mas não altera, sob a transformação galileana, a velocidade relativa entre eles. Isso esclarece também alguns casos particulares. Se o ímã estiver em repouso em S,

$$\mathbf{u}_c = 0, \text{ e, nesse caso, } \mathbf{u} = \mathbf{u}_q.$$

Nesse caso, a velocidade da carga em relação ao ímã coincide numericamente com sua velocidade em relação a S. Essa coincidência, entretanto, não significa que as duas grandezas tenham a mesma definição física. A primeira é definida pela relação carga-ímã; a segunda, pela relação carga-referencial S. Analogamente, se a carga estiver em repouso em S,

$$\mathbf{u}_q = 0, \text{ e, nesse caso, } \mathbf{u} = -\mathbf{u}_c$$

Nesse caso, a velocidade relevante continua sendo a velocidade relativa entre os agentes, embora seu módulo coincida com o módulo da velocidade do ímã em relação ao observador. Assim, a coincidência numérica entre a velocidade relativa entre os agentes e a velocidade de um deles em relação ao observador ocorre apenas em situações particulares. A definição física da grandeza, entretanto, permanece a mesma. Essa construção reforça o princípio geral adotado neste trabalho: *a grandeza cinemática que participa da descrição de uma interação deve ser definida relativamente aos agentes que constituem a própria relação física, e não relativamente a um observador externo que não participa dela*. Consequentemente, a mudança do referencial de descrição, sob a transformação galileana, não altera a relação cinemática entre os agentes que constituem a interação. Assim,

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{q/B} \quad (5.2)$$

O observador limita-se a descrever como a carga interage com o campo. Portanto,

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{E} + (\mathbf{u}_{q/B} \times \mathbf{B})] \quad (5.3)$$

Essa consideração permite estabelecer uma consequência importante para a transformação da força de de Maxwell-Lorentz.

A mesma interação descrita por dois observadores

Para o observador em S', a força de Maxwell-Lorentz é

$$\mathbf{F}' = q'(\mathbf{E}' + \mathbf{u}' \times \mathbf{B}'). \quad (5.4)$$

Surge então a questão: Qual é o valor da velocidade $\mathbf{u}'$?

Na interpretação tradicional, segundo a literatura, $\mathbf{u}' = \mathbf{0}$, pois a carga está em repouso relativo a S'. Isso suscita três questões importantes:

1. Na expressão da força de Maxwell-Lorentz, o observador em S' descreve a interação da carga com o campo $\mathbf{B}$ ou a interação da carga com o próprio observador?
2. Qual é a justificativa para considerar $\mathbf{u}' = \mathbf{0}$, mas ao mesmo tempo $q' = q$ e $\mathbf{F}' = \mathbf{F}$?

Na formulação aqui proposta, a mudança de S para S' altera a representação cinemática utilizada pelos observadores, mas não altera os agentes físicos que constituem a interação nem a natureza da interação. A invariância das leis físicas deve ser consequência da invariância da estrutura causal completa. Assim, se S'

descreve o mesmo fenômeno que S descreve – a interação da carga q com o campo $\mathbf{B}$ – então, $\mathbf{B}$ e q são os referentes comuns para a definição de $\mathbf{u}'$. Portanto,

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u}_{q/B} = \mathbf{u}. \quad (5.5)$$

A força de Maxwell-Lorentz torna-se então

$$\mathbf{F}' = q'[\mathbf{E}' + (\mathbf{u}_{q/B} \times \mathbf{B}')]. \quad (5.6)$$

para S'. Como, segundo os princípios adotados,

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F}, \quad q' = q, \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u},$$

tem-se

$$\mathbf{E}' + (\mathbf{u}_{q/B} \times \mathbf{B}') = \mathbf{E} + (\mathbf{u}_{q/B} \times \mathbf{B}).$$

Logo,

$$\mathbf{E} - \mathbf{E}' + (\mathbf{u}_{q/B} \times (\mathbf{B} - \mathbf{B}')) = 0 \Rightarrow \Delta\mathbf{E} + (\mathbf{u}_{q/B})\Delta\mathbf{B} = 0.$$

Essa relação mostra como a invariância da interação restringe a possibilidade de diferentes campos serem atribuídos à mesma interação.

5.1.2. Derivação das transformações dos campos segundo a interpretação proposta

Para tornar a conclusão mais rigorosa, considere diferentes cargas de teste submetidas à mesma região de campo, com diferentes velocidades relativas $\mathbf{u}$. Para qualquer uma delas deve valer

$$\mathbf{E}' + (\mathbf{u}_{q/B}) \times \mathbf{B}' = \mathbf{E} + (\mathbf{u}_{q/B}) \times \mathbf{B}$$

E, portanto,

$$\Delta\mathbf{E} + (\mathbf{u}_{q/B})\Delta\mathbf{B} = 0,$$

onde $\Delta\mathbf{E} = \mathbf{E} - \mathbf{E}'$, $\Delta\mathbf{B} = \mathbf{B} - \mathbf{B}'$. Se a relação deve ser válida para diferentes velocidades de teste, a única solução que não introduz uma alteração da interação é

$$\Delta\mathbf{E} = 0, \quad \Delta\mathbf{B} = \mathbf{0}.$$

Consequentemente,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}' \quad (5.7)$$

Assim, para a mesma interação física e para as grandezas definidas segundo as relações entre os agentes físicos que constituem essa interação, os campos não precisam adquirir novos valores simplesmente porque o observador mudou.

É importante precisar o significado dessa conclusão. Ela não faz afirmação a cerca das componentes de $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$ sob transformação de coordenadas. Apenas afirma que os campos que caracterizam a mesma relação física são tratados como a mesma grandeza física, enquanto a mudança de referencial modifica apenas sua representação coordenada. Essa distinção será fundamental para a análise das equações de Maxwell. Segue-se a análise em componentes.

Considerando a velocidade relevante como

$$\mathbf{u}_{q/B} = (u_{q/Bx}, u_{q/By}, u_{q/Bz}) \quad (5.8)$$

suponha-se $u_{q/Bx} = u_x$, por simplicidade. Analogamente para as demais componentes. A força de Maxwell-Lorentz, em S, pode ser escrita, em componentes, por

$$\begin{aligned} F_x &= q(E_x + u_y B_z - u_z B_y) \\ F_y &= q(E_y + u_z B_x - u_x B_z) \\ F_z &= q(E_z + u_x B_y - u_y B_x). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Analogamente deve ocorrer para S'. A igualdade da componente x fornece

$$E'_x + u'_y B'_z - u'_z B'_y = E_x + u_y B_z - u_z B_y.$$

Como, para esta consideração, $u'_z = u'_y = u_z = u_y = 0$, resulta que

$$E'_x = E_x$$

E para a componente y, tem-se

$$E_y + u_z B_x - u_x B_z = E'_y + u'_z B'_x - u'_x B'_z.$$

Como $u'_x = u_x$ e $u'_z = u_z = 0$, resulta

$$E_y - E'_y = u_x (B_z - B'_z).$$

Note-se que os campos $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$ não dependem da carga q nem de sua velocidade. Assim, para uma mesma configuração de campos e diferentes velocidades de teste, essa relação deve permanecer válida. Como o membro esquerdo não depende da velocidade u_x , enquanto o membro direito depende dela, a igualdade, para diferentes velocidades, exige que $B'_z = B_z$; conseqüentemente,

$$E'_y = E_y.$$

Aplicando o mesmo procedimento para as demais componentes, chega-se a

$$B'_y = B_y, \quad E'_z = E_z \text{ e, conseqüentemente } B'_x = B_x.$$

Em resumo,

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, \quad E'_y = E_y, \quad E'_z = E_z \\ B'_x &= B_x, \quad B'_y = B_y, \quad B'_z = B_z \end{aligned} \quad (5.10)$$

Portanto, não surge, nessa construção, uma mistura entre componentes elétricas e magnéticas simplesmente em razão do movimento relativo entre os observadores. Isso estabelece uma diferença fundamental em relação à transformação relativística convencional dos campos. Na presente abordagem, a mudança de referencial não é interpretada como uma transformação física do campo eletromagnético, mas como uma mudança na representação coordenada de uma mesma interação.

5.1.2.1. Consequências para as equações de Maxwell

Para a análise da questão da invariância das equações de Maxwell, a seguinte questão é particularmente importante: *O que, precisamente, as equações de Maxwell descrevem?* A resposta a essa questão tem grande impacto sobre o resultado da análise.

Nesta abordagem, considera-se que *as equações de Maxwell descrevem a evolução da perturbação eletromagnética no seu meio de propagação com o tempo* [7]. A grandeza c representa a velocidade com que a frente de onda se afasta do ponto de perturbação (ponto-fonte) no meio de propagação, o que justifica a presença de ϵ_0 e μ_0 nessas equações. As coordenadas espaciais presentes nessas equações estão definidas em relação ao ponto-fonte, no referencial do meio de propagação, e não no referencial do

observador. O mesmo não se aplica à coordenada temporal, que, nesta abordagem, é considerada universal (absoluta).

Analogia entre o ponto-fonte e a carga-fonte

Aqui reaparece a analogia com o campo eletrostático, para o qual a grandeza espacial relevante é

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_Q \quad (5.11)$$

isto é, a posição do ponto considerado em relação à carga-fonte. Analogamente, para uma perturbação eletromagnética emitida do ponto P, a grandeza espacial relevante é a posição da perturbação em relação a P. Assim, a propagação não deve ser definida simplesmente pela posição da perturbação em relação à origem arbitrária do sistema de coordenadas associado ao referencial de um observador. O que importa é a relação entre a perturbação e o ponto físico a partir do qual ela se propaga. O observador tem, assim, duas opções para descrever a perturbação eletromagnética, extensíveis a outros fenômenos físicos: as mesmas duas opções apresentadas na Seção 3.3.1, mas agora aplicadas ao contexto das equações de Maxwell, conforme apresentado a seguir.

Primeira construção: coordenadas referidas ao ponto-fonte

A primeira construção consiste em escolher o ponto-fonte P como origem das coordenadas utilizadas na descrição da propagação. Nesse caso, para movimento unidimensional, a distância da perturbação ao ponto P é simplesmente

$$D = X - X_p = X. \quad (5.12)$$

com $X_p = 0$. Para uma propagação ao longo do eixo X,

$$X = ct. \quad (5.13)$$

Essa expressão significa que, após o intervalo de tempo t , a perturbação encontra-se a uma distância ct do ponto P. Não se trata da distância da onda em relação à origem do sistema de coordenadas definido no referencial de um observador (que é móvel no espaço). Trata-se da distância relativamente ao ponto de emissão. Nessa construção, os dois observadores podem utilizar descrições coordenadas distintas para seus próprios sistemas, mas a descrição do fenômeno é *referida ao mesmo ponto físico P*. Assim,

$$X' = X.$$

Portanto,

$$X' = c't' = X = ct.$$

Logo,

$$c' = c. \quad (5.14)$$

A velocidade própria de propagação da perturbação relativamente ao meio de propagação e, conseqüentemente, ao ponto-fonte não depende do observador.

Surge então uma questão pertinente: pode a transformação de coordenadas espaciais galileana,

$$x' = x - vt$$

ser aplicada diretamente à coordenada X?

Em princípio, a resposta é “não”. As coordenadas x e x' , como aparecem nas transformações galileanas, correspondem à posição de um objeto em relação às origens dos sistemas S e S',

respectivamente. No entanto, X e X' estão definidas em relação ao ponto-fonte. Não há movimento entre essas coordenadas.

Segunda construção: coordenadas referidas às origens dos referenciais dos observadores

Como demonstrado na seção 3.3.1, também é possível descrever o mesmo fenômeno utilizando sistemas de coordenadas vinculados aos referenciais dos respectivos observadores. Nesse caso, a posição do ponto-fonte P pode ser diferente em S e S' , pois esse ponto parece em movimento relativo a esses referenciais. Entretanto, a posição relevante para a propagação não é simplesmente x , mas a distância entre a perturbação e o ponto-fonte:

$$X = x - x_p \quad \text{em } S.$$

$$\text{e } X' = x' - x'_p \quad \text{em } S'.$$

Como tanto a posição da perturbação quanto a posição do ponto-fonte sofrem a mesma transformação galileana,

$$x' = x - vt \quad \text{e} \quad x'_p = x_p - vt,$$

segue que

$$X' = (x - vt) - (x_p - vt),$$

portanto,

$$X' = x - x_p = X. \quad (5.15)$$

A posição da perturbação em relação ao ponto-fonte é invariante sob transformações galileanas.

Assim, a transformação galileana altera as coordenadas atribuídas às origens dos sistemas de coordenadas dos observadores, mas não altera a distância da perturbação relativamente ao ponto-fonte. Esse resultado constitui uma aplicação direta do princípio geral estabelecido anteriormente: *a transformação de coordenadas modifica a representação das relações espaciais relativamente às origens dos sistemas de coordenadas, mas não modifica a relação física entre os elementos que constituem o fenômeno.*

Invariância da propagação eletromagnética

Como $X' = X$ e $t' = t$, tem-se

$$\frac{dX'}{dt'} = \frac{dX}{dt}$$

Portanto,

$$c' = c.$$

A invariância da velocidade de propagação não é, nessa construção, postulada como uma propriedade da relação entre a onda e cada observador; ela resulta da definição da velocidade como uma relação entre a perturbação e o espaço de propagação, referida ao ponto-fonte, e da utilização de uma escala temporal comum.

Invariância das equações de Maxwell

Se os campos que representam a mesma interação satisfazem

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}',$$

e as coordenadas relevantes da descrição do fenômeno satisfazem

$$X' = X, \quad Y' = Y, \quad Z' = Z, \quad t' = t,$$

então os operadores diferenciais aplicados às grandezas físicas também conservam sua forma:

$$\frac{\partial}{\partial X'} = \frac{\partial}{\partial X}, \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} \quad (5.16)$$

Consequentemente, as equações de Maxwell podem ser escritas em S' na mesma forma em que são escritas em S. No vácuo,

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

Como as grandezas físicas e as relações espaciais relevantes são preservadas,

$$\nabla' \cdot \mathbf{E}' = \nabla \cdot \mathbf{E}, \quad \nabla' \cdot \mathbf{B}' = \nabla \cdot \mathbf{B} \quad (5.17)$$

e, analogamente,

$$\nabla' \times \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} \quad e \quad \nabla' \times \mathbf{B}' = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} \quad (5.18)$$

Portanto, a forma das equações é preservada.

Invariância da equação de onda

Da mesma maneira, no vácuo,

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad e \quad \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0.$$

Com as coordenadas

$$X' = X, \quad t' = t,$$

segue que

$$\nabla'^2 \mathbf{E}' = \nabla^2 \mathbf{E} \quad e \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}'}{\partial t'^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Logo,

$$\nabla'^2 \mathbf{E}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}'}{\partial t'^2} = 0. \quad (5.19)$$

O mesmo resultado vale para $\mathbf{B}$. Assim, a velocidade

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

permanece a mesma na descrição dos dois observadores porque, na construção proposta, representa a velocidade própria da perturbação relativamente ao espaço de propagação e ao ponto-fonte, e não a velocidade da onda relativamente à origem do sistema de coordenadas do observador.

Equações de Maxwell com fontes

A mesma lógica deve ser aplicada às equações que contêm fontes.

Densidade de carga

A densidade de carga é definida por

$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad (5.20)$$

Na abordagem proposta, é necessário distinguir a *região física do sistema* de sua *representação por coordenadas* em diferentes referenciais. A passagem de S para S' não cria uma nova região física nem altera a quantidade de carga nela contida. Um ponto da distribuição de cargas pode ser descrito, na direção x , pelas coordenadas

$$x = x_0 + wt \quad \text{em S}$$

$$x' = x'_0 + w't' \quad \text{em S'}$$

sendo w e w' as velocidades da distribuição de cargas em relação a S e S', respectivamente. Tomando os diferenciais

$$dx = wdt,$$

$$\text{e } dx' = w'dt'.$$

Aplicando transformações galileanas ao membro direito da equação em S',

$$dx' = (w - v)dt = wdt - vdt = dx - vdt,$$

O cálculo do volume é feito considerando a variação espacial para o mesmo instante t , ou seja $t = t_0$, de modo que $dt = 0$. Consequentemente,

$$dx' = dx.$$

Além disso,

$$dy' = dy, \quad dz' = dz.$$

Portanto,

$$dV' = dx'dy'dz' = dxdydz = dV. \quad (5.21)$$

Como a carga do elemento físico permanece a mesma, $dq' = dq$, resulta que

$$\begin{aligned} \rho' &= \frac{dq'}{dV'} = \frac{dq}{dV} = \rho \\ \rho' &= \rho. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Densidade de corrente

A densidade de corrente é

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{u}. \quad (5.23)$$

Como $\rho' = \rho$ e $\mathbf{u}' = \mathbf{u}$, segue que

$$\mathbf{J}' = \mathbf{J}. \quad (5.24)$$

Assim, as grandezas que aparecem como fontes nas equações de Maxwell permanecem associadas à mesma distribuição física e às mesmas relações cinemáticas entre os agentes. Com esses dados e as considerações anteriores, pode-se verificar que as equações de Maxwell com fontes, sob esta abordagem, preservam a sua forma.

5.2. Dificuldade da transformação galileana convencional

Aparecimento dos termos adicionais

Na transformação galileana das equações de Maxwell, segundo a interpretação convencional, surgem os termos adicionais

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla') \mathbf{B}' \quad \text{ou} \quad v \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial x'} \quad \text{para movimento na direção } x.$$
$$-\frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \cdot \nabla') \mathbf{E}' \quad \text{ou} \quad -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial x'} \quad \text{para movimento na direção } x.$$

Esses termos são convencionalmente interpretados como evidência de incompatibilidade entre as equações de Maxwell e as transformações galileanas. Contudo, na interpretação proposta aqui, eles são entendidos como consequências da própria consistência dessas transformações. Essa diferença de interpretação decorre da maneira como as coordenadas espaciais são concebidas na formulação convencional. Nessa formulação, as coordenadas espaciais empregadas nas equações de Maxwell são tratadas como coordenadas relativas ao referencial do observador. Ao transformá-las entre referenciais em movimento relativo, surgem termos associados ao deslocamento relativo na representação do campo. Em outras palavras, na interpretação convencional, a transformação das coordenadas estabelece uma comparação entre a relação da onda com o referencial S e sua relação com o referencial S'. Consequentemente, a representação do campo em S' deve incorporar, em relação à sua representação em S, o deslocamento correspondente ao movimento relativo entre os sistemas. Na interpretação proposta, entretanto, esses termos não representam uma modificação da lei física, mas apenas uma alteração na correspondência entre os pontos do espaço e suas respectivas coordenadas. Quando essa distinção é incorporada ao tratamento das equações, os termos adicionais deixam de ser interpretados como modificações da própria lei e desaparecem da forma final das equações.

5.3. Consequências para a indução eletromagnética

A análise desenvolvida nas seções anteriores permite aplicar os princípios gerais estabelecidos neste trabalho ao fenômeno da indução eletromagnética.

5.3.1. A interação ímã - bobina

Considere um sistema constituído por um ímã, uma bobina condutora e um instrumento de medição de corrente acoplado ao circuito da bobina. Quando existe movimento relativo entre o ímã e a bobina, observa-se uma corrente elétrica no circuito. O fenômeno pode ser produzido em duas situações equivalentes: mantendo-se a bobina em repouso relativamente ao observador e movimentando-se o ímã, ou mantendo-se o ímã em repouso e movimentando-se a bobina. Na formulação convencional [8, 28], essas duas situações recebem descrições distintas. Quando o ímã se movimenta relativamente ao laboratório enquanto a bobina permanece em repouso, considera-se que o campo magnético varia na região ocupada pelo circuito e, pela lei de Faraday, essa variação produz uma força eletromotriz. Quando, ao contrário, a bobina se movimenta enquanto o ímã permanece em repouso no laboratório, considera-se que não há variação temporal do campo magnético nos pontos fixos desse referencial e que as cargas da bobina, por estarem em movimento na região do campo, sofrem a força magnética associada a $q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$. Assim, atribuem-se descrições causais diferentes às duas situações: no primeiro caso, um campo elétrico induzido; no segundo, uma força magnética sobre cargas em movimento.

Embora essas descrições sejam matematicamente “consistentes” dentro da formulação convencional, surge uma questão conceitual: *Por que a escolha do referencial deveria modificar a identificação da causa física de um mesmo fenômeno?*

A abordagem adotada neste trabalho parte de uma questão mais elementar: *A que elementos físicos devem ser referidos as grandezas utilizadas na descrição de uma interação?*

5.3.1.1. O fenômeno pertence ao sistema físico, não ao observador

No sistema considerado, segundo a interpretação adotada neste trabalho, os agentes diretamente envolvidos são o ímã e a bobina. O observador encontra-se externamente a essa relação. Ele pode medir e descrever o

fenômeno, mas sua velocidade em relação a cada agente ou ao sistema não constitui um elemento da interação. Assim, mantém-se o princípio geral estabelecido anteriormente.

A grandeza fundamental para a indução

A indução eletromagnética é caracterizada pela variação do fluxo magnético através da superfície delimitada pelo circuito:

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (5.25)$$

A força eletromotriz induzida é

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (5.26)$$

Portanto, a condição fundamental para a indução é a existência de uma *variação do fluxo magnético associado à bobina*. A corrente observada constitui consequência da força eletromotriz produzida por essa alteração da configuração eletromagnética do sistema. A questão passa então a ser: *em relação a quê deve ser determinada essa variação?*

Nesta perspectiva, a resposta não deve depender exclusivamente do movimento do campo ou do ímã em relação ao observador. Se a grandeza está sendo utilizada para descrever a *interação ímã-bobina*, sua determinação deve considerar a relação entre esses próprios elementos.

O referente para determinação da variação do campo deve ser o mesmo

Sejam $\mathbf{r}_m$ e $\mathbf{r}_b$ as posições do ímã e de um elemento da bobina no sistema de coordenadas S. A configuração relativa do sistema pode ser representada por

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_m \quad (5.27)$$

O campo produzido pelo ímã pode ser representado por

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{B}_m(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m, t). \quad (5.28)$$

As posições do elemento da bobina e do ímã podem ser escritas como função do tempo,

$$\mathbf{r}_b = \mathbf{r}_b(t) \quad \text{e} \quad \mathbf{r}_m = \mathbf{r}_m(t) \quad (5.29)$$

Logo, a posição do elemento da bobina em relação ao ímã será

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(t) \quad (5.30)$$

A evolução da configuração relativa é determinada por

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_b}{dt} - \frac{d\mathbf{r}_m}{dt} = \mathbf{u}_b - \mathbf{u}_m \quad (5.31)$$

Define-se, portanto, a velocidade relativa

$$\mathbf{u}_{b/m} = \mathbf{u}_b - \mathbf{u}_m. \quad (5.32)$$

Essa é, na abordagem proposta, a grandeza cinemática diretamente associada à interação ímã-bobina. Não se trata da velocidade do ímã ou da bobina relativamente ao observador, mas da *velocidade relativa entre os próprios agentes da interação*. O campo efetivamente experimentado pelo elemento da bobina é então

$$\mathbf{B}_b(t) = \mathbf{B}_m(\mathbf{R}(t), t). \quad (5.33)$$

Sua variação temporal é

$$\frac{d\mathbf{B}_b}{dt} = \frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial t} + (\mathbf{u}_{b/m} \cdot \nabla_{\mathbf{R}}) \mathbf{B}_m \quad (5.34)$$

A expressão acima evidencia duas contribuições conceitualmente distintas. A primeira, $\partial \mathbf{B}_m / \partial t$, representa a variação temporal do campo para uma configuração relativa $\mathbf{R}$ mantida fixa. Portanto, nesta formulação, essa parcela não representa a mudança de $\mathbf{B}_b$ decorrente da variação da posição relativa entre o ímã e a bobina. Essa última contribuição está contida no segundo termo, $(\mathbf{u}_{b/m} \cdot \nabla_{\mathbf{R}}) \mathbf{B}_m$. Essa expressão evidencia uma distinção importante. Mesmo que

$$\frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial t} = 0$$

isto é, mesmo que o campo seja estacionário em pontos fixos de determinado referencial, ainda pode ocorrer

$$\frac{d\mathbf{B}_b}{dt} \neq 0$$

quando a bobina se desloca através da distribuição espacial do campo. Portanto, a afirmação de que o campo é “constante” ou “variável” somente possui significado físico completo quando se especifica *em relação a quais pontos físicos essa afirmação é feita. O que importa para a interação é o campo experimentado pelos elementos que constituem o circuito e sua relação espacial com o campo.*

É digno de nota que alguns autores, embora adotem a interpretação convencional, parecem inicialmente aproximar-se da interpretação proposta neste trabalho, ao afirmarem que “tudo o que realmente importa é o movimento relativo do magneto e da espira” [8, p. 209] ou que “o fenômeno observável depende aqui somente do movimento relativo entre condutor e ímã, [...]” [28, p. 158]. No entanto, uma dificuldade surge na sequência da análise, como se observa no emprego de expressões como “cargas estacionárias não são afetadas por forças magnéticas” [8, p. 209]. Surge, então, uma questão conceitual: *estacionárias em relação a quê?* Se o que realmente importa é o movimento relativo entre o ímã e a bobina, em que sentido é fisicamente relevante afirmar que uma carga está estacionária apenas porque se encontra em repouso em relação ao observador, embora permaneça em movimento relativo ao ímã? Não se introduz, desse modo, uma referência adicional na própria descrição do fenômeno?

Assim, na interpretação convencional, embora inicialmente a análise pareça restringir-se à relação entre os corpos diretamente envolvidos na interação, a classificação das cargas como estacionárias ou em movimento passa a depender do referencial adotado. Essa dependência não possui apenas caráter descritivo ou terminológico, mas se reflete diretamente no tratamento matemático do fenômeno. Em uma descrição, as cargas possuem velocidade diferente de zero e, conseqüentemente, a força magnética é diferente de zero; em outra, as mesmas cargas são consideradas estacionárias e, portanto, a contribuição magnética é nula. A escolha do referencial passa, assim, a determinar não apenas a descrição do fenômeno, mas também quais termos contribuem para o cálculo da força responsável pela corrente observada. Surge, portanto, uma dificuldade mais fundamental: se o fenômeno depende *apenas* do movimento relativo entre o ímã e a bobina, por que a escolha de um referencial adicional deve determinar se a força magnética sobre as cargas é nula ou não?

As duas situações experimentais

- Ímã em movimento e bobina em repouso
Se, em determinado referencial, $\mathbf{u}_b = 0$, então

$$\mathbf{u} = -\mathbf{u}_m.$$

- Bobina em movimento e ímã em repouso
Se, ao contrário, $\mathbf{u}_m = 0$, então

$$\mathbf{u} = -\mathbf{u}_b.$$

Na abordagem proposta, porém, embora os observadores atribuam velocidades diferentes aos dois agentes, a grandeza física que caracteriza a interação é, nos dois casos, a mesma relação entre ímã e bobina. Assim, as duas situações podem ser reunidas em uma única descrição:

$$\mathbf{u}_{b/m} = \mathbf{u}_b - \mathbf{u}_m.$$

Sob transformação galileana,

$$\mathbf{r}'_b = \mathbf{r}_b - \mathbf{v}t, \quad \mathbf{r}'_m = \mathbf{r}_m - \mathbf{v}t, \quad t' = t,$$

segue-se que

$$\mathbf{u}'_{b/m} = \frac{d\mathbf{r}'}{dt'} = \frac{d\mathbf{r}'_b}{dt} - \frac{d\mathbf{r}'_m}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_b}{dt} - \mathbf{v} - \frac{d\mathbf{r}_m}{dt} + \mathbf{v} = \mathbf{u}_{b/m}$$

Portanto, obtém-se assim a identidade

$$\mathbf{u}'_{b/m} = \mathbf{u}_{b/m}. \quad (5.35)$$

Esse resultado expressa matematicamente o seguinte princípio utilizado neste trabalho: *a transformação galileana altera as velocidades atribuídas individualmente aos agentes relativamente ao observador, mas preserva a velocidade relativa entre os agentes da interação.*

Desse resultado e tendo em conta os resultados obtidos nas seções anteriores, pode-se concluir que a equação (5.34) transforma-se de S para S', sob transformações galileanas em

$$\frac{d\mathbf{B}'_b}{dt'} = \frac{\partial \mathbf{B}'_m}{\partial t'} + (\mathbf{u}'_{b/m} \cdot \nabla'_R) \mathbf{B}'_m = \frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial t} + (\mathbf{u}_{b/m} \cdot \nabla_R) \mathbf{B}_m = \frac{d\mathbf{B}_b}{dt} \quad (5.36)$$

A invariância da estrutura causal

Essa conclusão permite formular uma questão mais profunda. Se dois referenciais são igualmente legítimos para descrever determinado fenômeno, a mudança de referencial não deveria, por si mesma, alterar a identificação dos agentes físicos responsáveis pelo fenômeno. Se, em uma descrição, a causa da corrente é identificada como uma variação do fluxo magnético e, em outra, como uma força magnética sobre cargas em movimento, surge uma aparente mudança da estrutura causal em consequência da escolha do referencial. A questão levantada neste trabalho não é a possibilidade matemática de representar o fenômeno por diferentes expressões, mas o significado físico dessa mudança: *se o fenômeno é o mesmo e os referenciais são apenas diferentes modos de descrevê-lo, por que a causa física fundamental do fenômeno deveria depender do referencial escolhido?*

Na abordagem aqui proposta, não é necessário estabelecer dois mecanismos físicos distintos. Existe um único fenômeno físico. A distinção entre “ímã em movimento” e “bobina em movimento” corresponde à maneira pela qual o movimento relativo é decomposto em relação ao referencial utilizado, e não a uma diferença na causa física fundamental da indução.

5.4. Consequência geral para a descrição física

As análises anteriores – da força eletromagnética, da propagação das ondas, das equações de Maxwell, da densidade de carga e da indução eletromagnética – convergem para um mesmo princípio geral: *as leis físicas devem ser formuladas e interpretadas em função dos agentes e das relações físicas que constituem o fenômeno, enquanto o observador deve ser considerado um elemento externo de descrição.*

Consequentemente, uma mudança de referencial não deve ser interpretada automaticamente como uma mudança física do fenômeno. Essa distinção constitui o fundamento da interpretação proposta neste trabalho para a compatibilidade entre a mecânica galileana e a descrição dos fenômenos eletromagnéticos.

5.5. Consideração sobre o espaço como referência física

A interpretação proposta não depende da introdução do éter clássico como um meio material dotado de propriedades mecânicas específicas. A análise desenvolvida neste trabalho utiliza, entretanto, a ideia de que existe uma estrutura espacial física relativamente à qual determinadas grandezas de propagação podem ser definidas. Nessa perspectiva, a distinção entre a velocidade de um sistema relativamente ao observador e a velocidade própria dos objetos (incluindo as perturbações eletromagnéticas) relativamente ao espaço permite formular uma descrição na qual a escolha do observador não altera a velocidade própria de propagação da perturbação. A conclusão proposta é, portanto, que o movimento relativo entre observadores não precisa ser introduzido como uma variável física adicional na descrição de uma interação que não envolve esses observadores como agentes. É nesse sentido que a abordagem desenvolvida procura descrever os fenômenos físicos sem atribuir à escolha do referencial uma alteração das relações fundamentais entre os elementos do sistema.

6. Conclusão

Nesta segunda parte, foi examinada a compatibilidade entre a mecânica clássica e o eletromagnetismo a partir dos princípios gerais estabelecidos anteriormente. A análise concentrou-se na relação entre as transformações galileanas e o intervalo espaço-temporal, as equações de Maxwell, as transformações dos campos elétrico e magnético e a interpretação da indução eletromagnética. A partir da distinção entre a *descrição de um fenômeno por um observador* e as *relações físicas entre os agentes que constituem o fenômeno*, foi desenvolvida uma construção na qual as grandezas relevantes são definidas pelas relações físicas internas ao sistema. Nessa perspectiva, a mudança de referencial altera a representação cinemática dos agentes, mas não as relações físicas que caracterizam a interação. Com base nessa distinção, mostrou-se como, dentro da construção proposta, as equações de Maxwell podem preservar sua forma sob transformações galileanas, sem a necessidade das transformações de Lorentz. A análise da indução eletromagnética conduziu à mesma conclusão geral: as situações em que se movimenta o ímã ou a bobina podem ser descritas a partir de uma única relação física, determinada pelo movimento relativo entre os agentes da interação, e não pelo movimento de cada agente em relação ao observador.

Assim, esta Parte 2 estabelece o *quadro teórico, matemático e conceitual* da interpretação proposta. A questão de sua correspondência com os resultados experimentais e observacionais permanece para as partes seguintes. A Parte 3 e a Parte 4 serão dedicadas à análise dos experimentos e das observações tradicionalmente apresentados como evidências da validade da relatividade einsteiniana, confrontando esses resultados com a interpretação desenvolvida nesta série.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Einstein A. *A teoria da relatividade especial e geral*. Tradução do original alemão por Carlos Almeida Pereira. Revisão técnica de Ildeu de Castro Moreira. Rio de Janeiro: Contraponto; (1999).
- [2] Einstein A, Infeld L. *The evolution of physics: from early concepts to relativity and quanta*. New York: Touchstone; (1967).
- [3] Rahaman F. *The special theory of relativity: a mathematical approach*. New Delhi: Springer India; (2014). doi:10.1007/978-81-322-2080-0.
- [4] Lorentz HA. Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden: E.J. Brill; (1895).
- [5] Lorentz HA. Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity less than that of light. *Proc R Acad Arts Sci Amsterdam*. (1904); **6**:809-831.
- [6] Maxwell JC. A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philos Trans R Soc Lond*. (1865); **155**:459-512. doi:10.1098/rstl.1865.0008.
- [7] Maxwell JC. *A treatise on electricity and magnetism*. Vol. 2. Unabridged 3rd ed. New York: Dover Publications; (1954).
- [8] Griffiths DJ. *Eletrodinâmica*. 3a ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley; 2011.
- [9] Gonçalo AM. *"Spacetime" from a Realist Perspective (Part 1)*. ai.viXra:2609.0002 (preprint); 2026.

- [10] Joint Committee for Guides in Metrology. International vocabulary of metrology – basic and general concepts and associated terms (VIM). 3rd ed. Sèvres: BIPM; 2012. doi:10.59161/jcgm200-2012.
- [11] Taylor BN, Kuyatt CE. Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST measurement results. Gaithersburg (MD): National Institute of Standards and Technology; 1994. NIST Technical Note 1297.
- [12] Minkowski H. *Space and time: Minkowski's papers on relativity*. Tradução de Fritz Lewertoff e Vesselin Petkov. Montreal: Minkowski Institute Press; 2012.
- [13] Rindler W. *Relativity: special, general, and cosmological*. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press; 2006.
- [14] French AP. *Special relativity*. New York: W. W. Norton; 1968.
- [15] Rahaman F. *The special theory of relativity: a mathematical approach*. New Delhi: Springer India; 2014. doi:10.1007/978-81-322-2080-0.
- [16] Wald, R. M. *General Relativity*. Chicago: University of Chicago Press, 1984.
- [17] Minkowski H. Raum und Zeit. *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*. 1909;18:75-88.
- [18] Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Ann Phys*, 1905; **17**:891-921. doi:10.1002/andp.19053221004.
- [19] Born M. *Einstein's theory of relativity*. Revised ed. New York: Dover Publications; 1962.
- [20] Russell B. *ABC da relatividade*. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Revisão técnica de Alexandre Cherman. Rio de Janeiro: Zahar; 2005.
- [21] Einstein A. The meaning of relativity: four lectures delivered at Princeton University, May, 1921. Adams EP, translator. Princeton: Princeton University Press; 1922.
- [22] Sochi T. *The mechanics of Lorentz transformations*. Charleston: CreateSpace; 2018.
- [23] Ball DW. *Maxwell's equations of electrodynamics: an explanation*. Bellingham, WA: SPIE Press; (2012).
- [24] Griffiths DJ. *Introduction to electrodynamics*. 4th ed. Boston: Pearson; 2013.
- [25] Feynman RP, Leighton RB, Sands M. *The Feynman lectures on physics*. Vol. II: mainly electromagnetism and matter. New Millennium ed. New York: Basic Books; 2011.
- [26] Jackson JD. *Classical electrodynamics*. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons; 1999.
- [27] Assis AKT. *Mecânica relacional e implementação do princípio de Mach com a força de Weber gravitacional*. Montreal: Apeiron; 2013.
- [28] Piattella OF. O artigo fundador da teoria da relatividade restrita. *Cad Astro*. 2020; **1**(1):157-176.